

Università degli Studi di Milano
Facoltà di Medicina e Chirurgia

CORSO DI LAUREA : INFERMIERISTICA

Corso di Fisica A.A. 2022-2023

Docente: Marie Claire Cantone

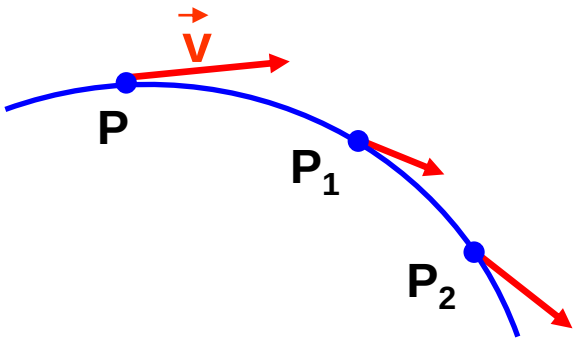
IL MOTO DEI FLUIDI

Nello studio del moto di un fluido . . . . bisogna descrivere il moto di ciascuna particella ??

Meglio definire una grandezza in ogni punto e istante.

Linea di campo del vettore velocità

Linea di flusso



La traiettoria è in ogni punto tangente a $\vec{v}$.

In ogni punto P del liquido è definibile un vettore velocità $\vec{v} = \vec{v}(P, t)$.

Quando la velocità è solo funzione della posizione ed è indipendente dal tempo $\vec{v} = \vec{v}(P)$ si ha il moto stazionario.

La traiettoria di una particella che arriva in P è la stessa per qualsiasi altra particella che arriva in P (linea di velocità, di corrente o di flusso).

DINAMICA DEI FLUIDI

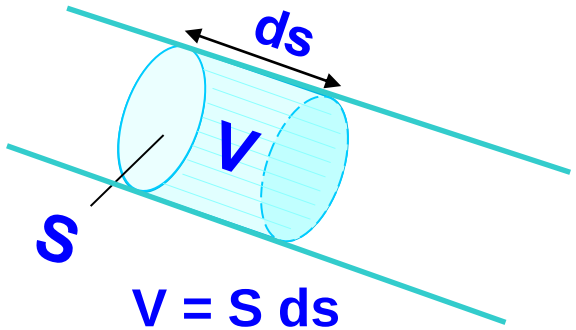
FLUIDO IDEALE

- **incomprimibile, non-viscoso, che si muove di moto stazionario.**

Per un liquido reale vengono presi in considerazione gli effetti dovuti alla viscosità.

PORTATA DI UN FLUIDO

PORTATA di un fluido in un condotto, è definita come il volume di fluido che attraversa una sezione del condotto nell'unità di tempo, oppure l'area della sezione trasversa moltiplicata per la velocità del fluido.



V = S ds

volume

$$Q = V / dt = S\,ds / dt = Sv$$

dove v = ds/dt è la velocità del fluido

In un tempo dt il fluido è avanzato di un tratto ds.

Nel S.I. la portata Q si misura in $m^3 s^{-1}$

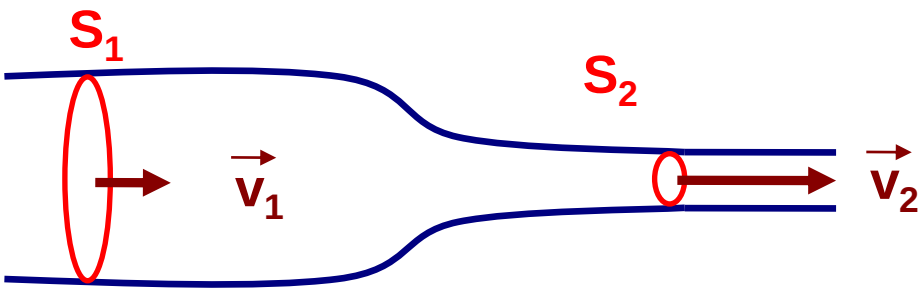
EQUAZIONE DI CONTINUITA’

Esprime la conservazione della massa per un liquido in un condotto.

$$Q_1 = Q_2$$

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

Ad esempio in un condotto a sezione variabile, la velocità varia.



La riduzione della sezione di un condotto comporta un aumento della velocità.

Ad esempio: schiacciando il tratto di un tubo flessibile per l’acqua si aumenta la velocità dell’acqua che fluisce.

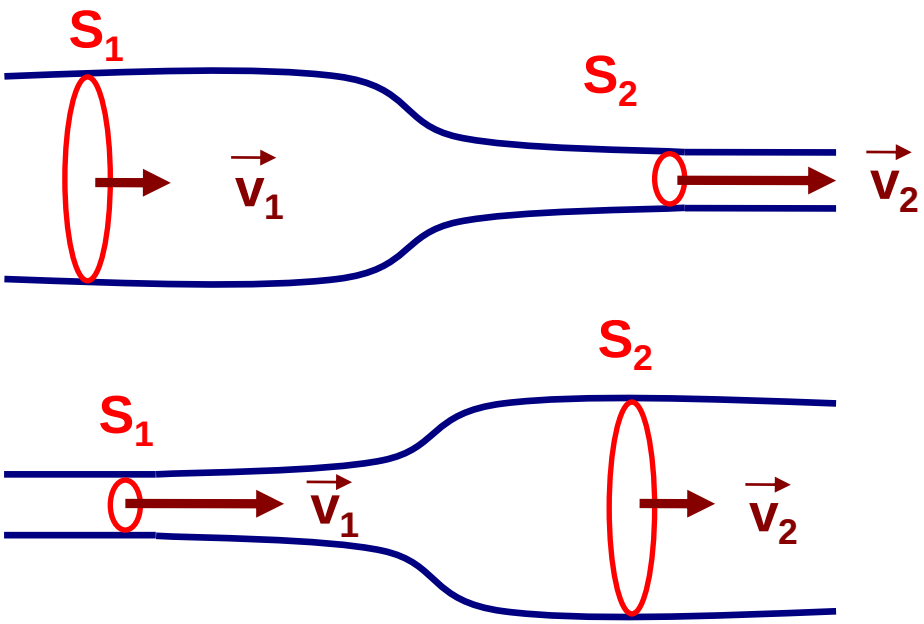
EQUAZIONE DI CONTINUITA’

Esprime la conservazione della massa per un liquido in un condotto.

$$Q_1 = Q_2$$

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

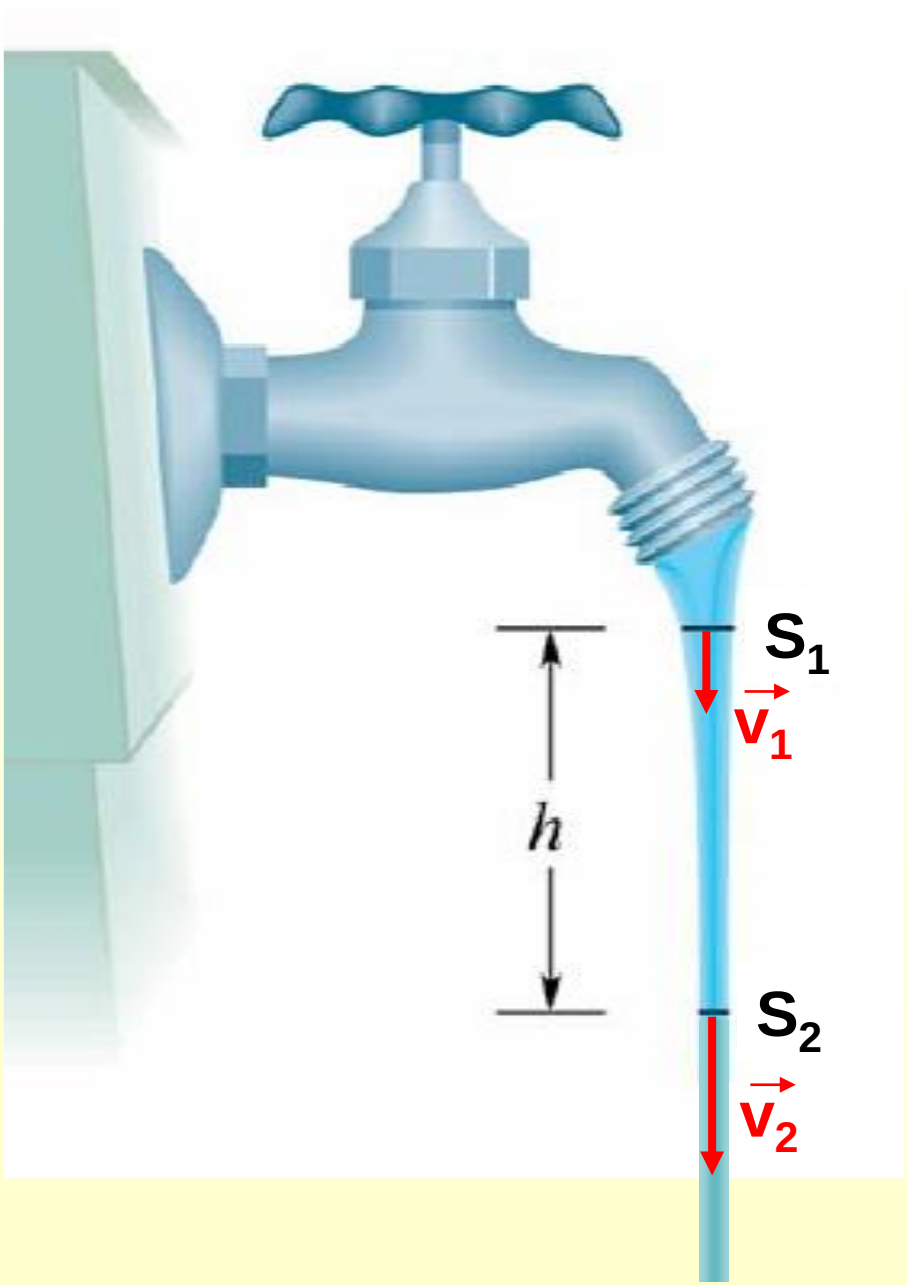
Ad esempio in un condotto a sezione variabile, la velocità varia.



La riduzione della sezione di un condotto comporta un aumento della velocità.

Ad esempio: schiacciando il tratto di un tubo flessibile per l’acqua si aumenta la velocità dell’acqua che fluisce.

L’ aumento della sezione di un condotto comporta una diminuzione di velocità.



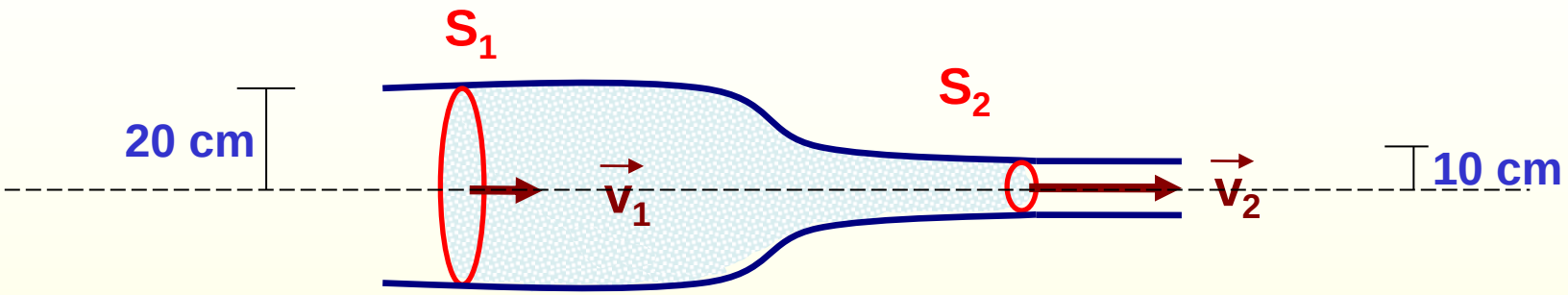
Ad es. l'acqua che cade verticalmente dall' estremità di un tubo, aumenta la sua velocità, ed essendo la portata costante,

la sezione del getto diminuisce.

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

Il raggio di un tubo in cui scorre acqua alla velocità di 3 m/s, decresce da 20 cm a 10 cm.

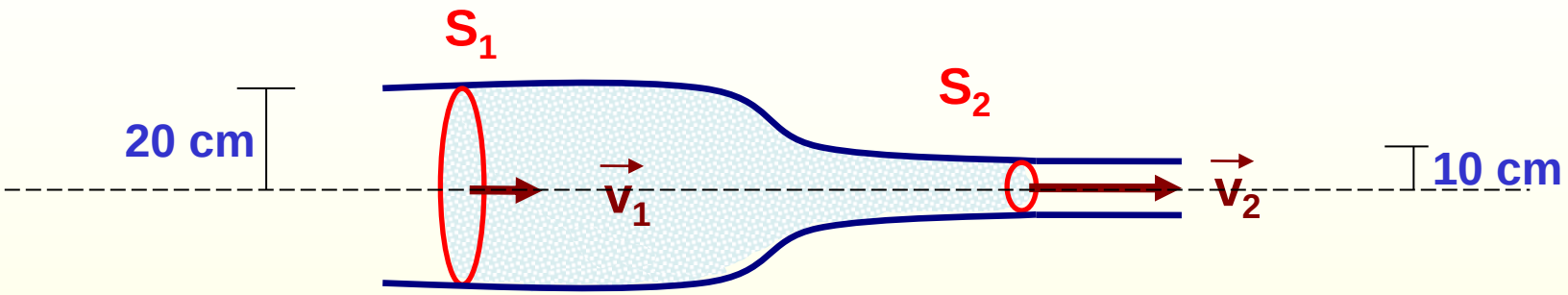
Calcolare la velocità nel tratto più stretto di tubo.



$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = \frac{S_1 v_1}{S_2}$$

Il raggio di un tubo in cui scorre acqua alla velocità di 3 m/s, decresce da 20 cm a 10 cm.

Calcolare la velocità nel tratto più stretto di tubo.



$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \rightarrow v_2 = \frac{S_1 v_1}{S_2}$$

$$S = \pi r^2$$

$r_1 = 0.2$ m ← 20 cm

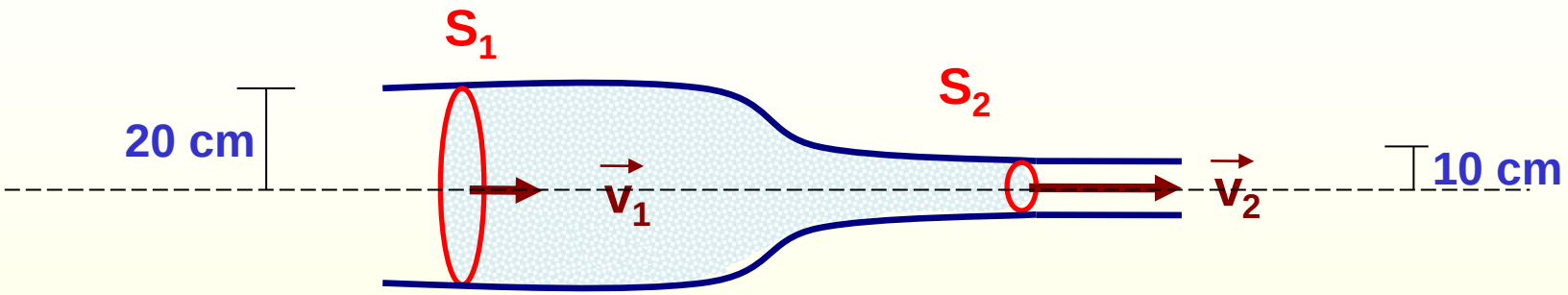
$r_2 = 0.1$ m ← 10 cm

$S_1 = 3.14 \times 0.04$ m² ← 3.14×400 cm²

$S_2 = 3.14 \times 0.01$ m² ← 3.14×100 cm²

Il raggio di un tubo in cui scorre acqua alla velocità di 3 m/s, decresce da 20 cm a 10 cm.

Calcolare la velocità nel tratto più stretto di tubo.



$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = \frac{S_1 v_1}{S_2} \qquad v_2 = \frac{3.14 \times 0.04\ m^2 \times 3\ m/s}{3.14 \times 0.01\ m^2}$$

$$v_2 = 12\ m/s$$

$$S = \pi r^2$$

$r_1 = 0.2$ m ← 20 cm

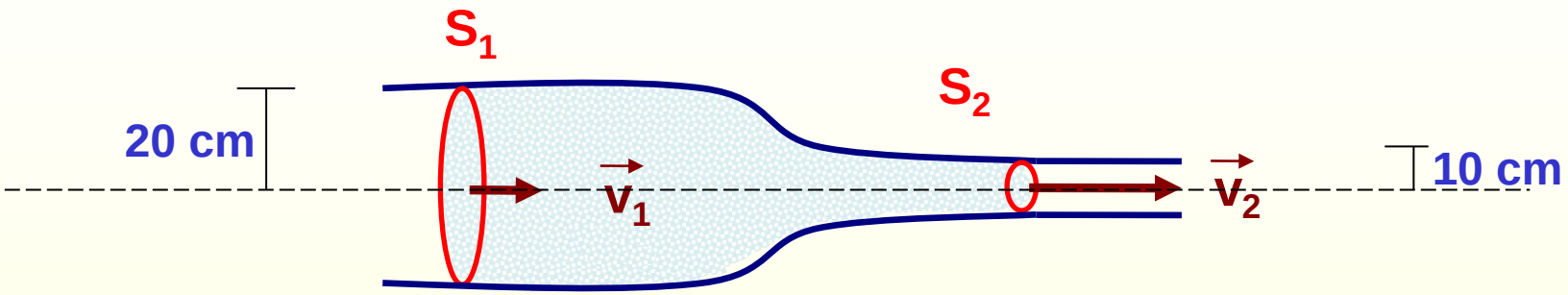
$r_2 = 0.1$ m ← 10 cm

$S_1 = 3.14 \times 0.04\ m^2$ ← $3.14 \times 400\ cm^2$

$S_2 = 3.14 \times 0.01\ m^2$ ← $3.14 \times 100\ cm^2$

Il raggio di un tubo in cui scorre acqua alla velocità di 3 m/s, decresce da 20 cm a 10 cm.

Calcolare la velocità nel tratto più stretto di tubo.



$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = \frac{S_1 v_1}{S_2}$$

$$v_2 = \frac{3.14 \times 0.04\ m^2 \times 3\ m/s}{3.14 \times 0.01\ m^2}$$

$$v_2 = 12\ m/s$$

$$S = \pi r^2$$

$r_1 = 0.2$ m ← 20 cm

$r_2 = 0.1$ m ← 10 cm

$S_1 = 3.14 \times 0.04\ m^2$ ← $3.14 \times 400\ cm^2$

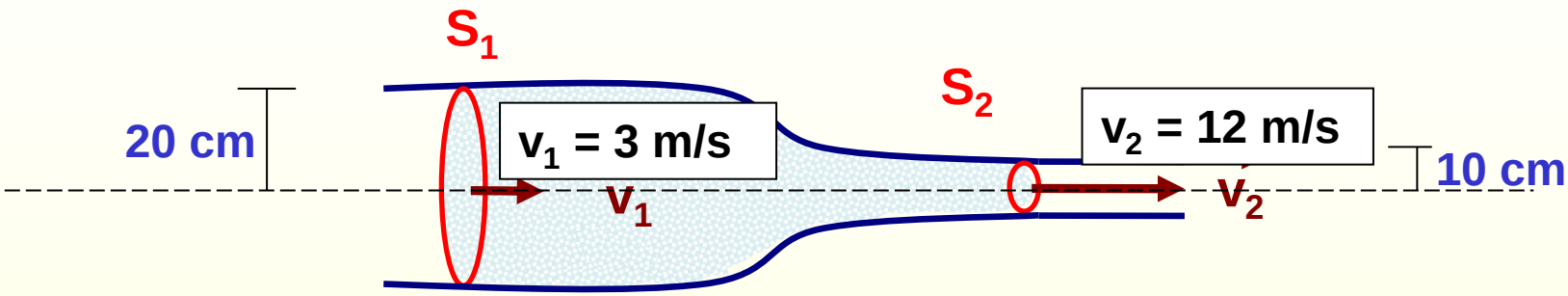
$S_2 = 3.14 \times 0.01\ m^2$ ← $3.14 \times 100\ cm^2$

$$v_2 = \frac{3.14 \times 400\ cm^2 \times 300\ cm/s}{3.14 \times 100\ cm^2}$$

$$v_2 = 1200\ cm/s$$

Il raggio di un tubo in cui scorre acqua alla velocità di 3 m/s, decresce da 20 cm a 10 cm.

Calcolare la velocità nel tratto più stretto di tubo.



$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \rightarrow v_2 = \frac{S_1 v_1}{S_2} \qquad v_2 = \frac{3.14 \times 0.04\ m^2 \times 3\ m/s}{3.14 \times 0.01\ m^2}$$

$$v_2 = 12\ m/s$$

$S = \pi r^2$

$r_1 = 0.2$ m

$r_2 = 0.1$ m

$S_1 = 3.14 \times 0.04\ m^2$

$S_2 = 3.14 \times 0.01\ m^2$

il raggio si è dimezzato

la sezione si è ridotta ad un quarto

la velocità si è quadruplicata

v = 3 m/s → v = 12 m/s

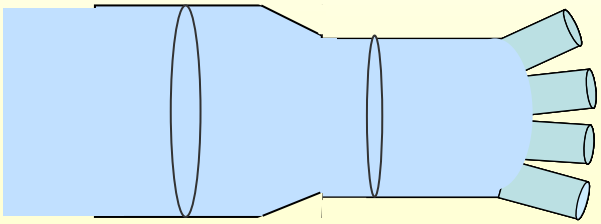
IN UN SISTEMA IDRODINAMICA CHIUSO

$V_{tot} \approx 6$ litri $Q_{tot} \approx 5$ litri / minuto = 83 cm^3/s

Q è costante, quindi se la sezione diminuisce la velocità aumenta e viceversa.

Quando un condotto si dirama bisogna tener conto della SEZIONE COMPLESSIVA

$S = 5\ cm^2$



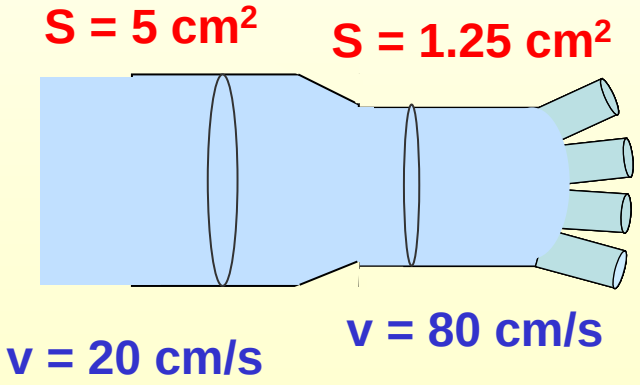
$v = 20\ cm/s$

IN UN SISTEMA IDRODINAMICA CHIUSO

$V_{tot} \approx 6$ litri $Q_{tot} \approx 5$ litri / minuto = 83 cm^3/s

Q è costante, quindi se la sezione diminuisce la velocità aumenta e viceversa.

Quando un condotto si dirama bisogna tener conto della SEZIONE COMPLESSIVA

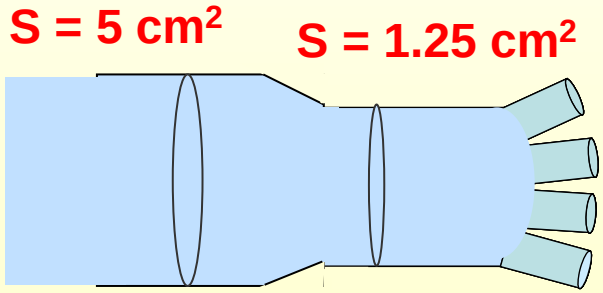


IN UN SISTEMA IDRODINAMICA CHIUSO

$V_{tot} \approx 6$ litri $Q_{tot} \approx 5$ litri / minuto = 83 cm^3/s

Q è costante, quindi se la sezione diminuisce la velocità aumenta e viceversa.

Quando un condotto si dirama bisogna tener conto della SEZIONE COMPLESSIVA



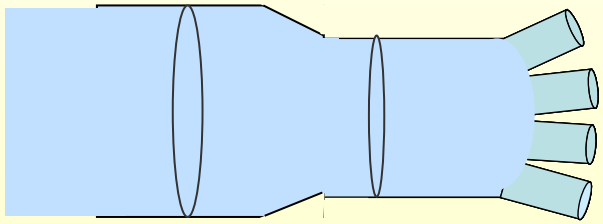
S = 0.625 cm^2
S = 0.625 cm^2
S = 0.625 cm^2
S = 0.625 cm^2

IN UN SISTEMA IDRODINAMICA CHIUSO

$V_{tot} \approx 6$ litri $Q_{tot} \approx 5$ litri / minuto = 83 cm^3/s

Q è costante, quindi se la sezione diminuisce la velocità aumenta e viceversa.

Quando un condotto si dirama bisogna tener conto della SEZIONE COMPLESSIVA



S = 0.625 cm^2
S = 0.625 cm^2
S = 0.625 cm^2
S = 0.625 cm^2

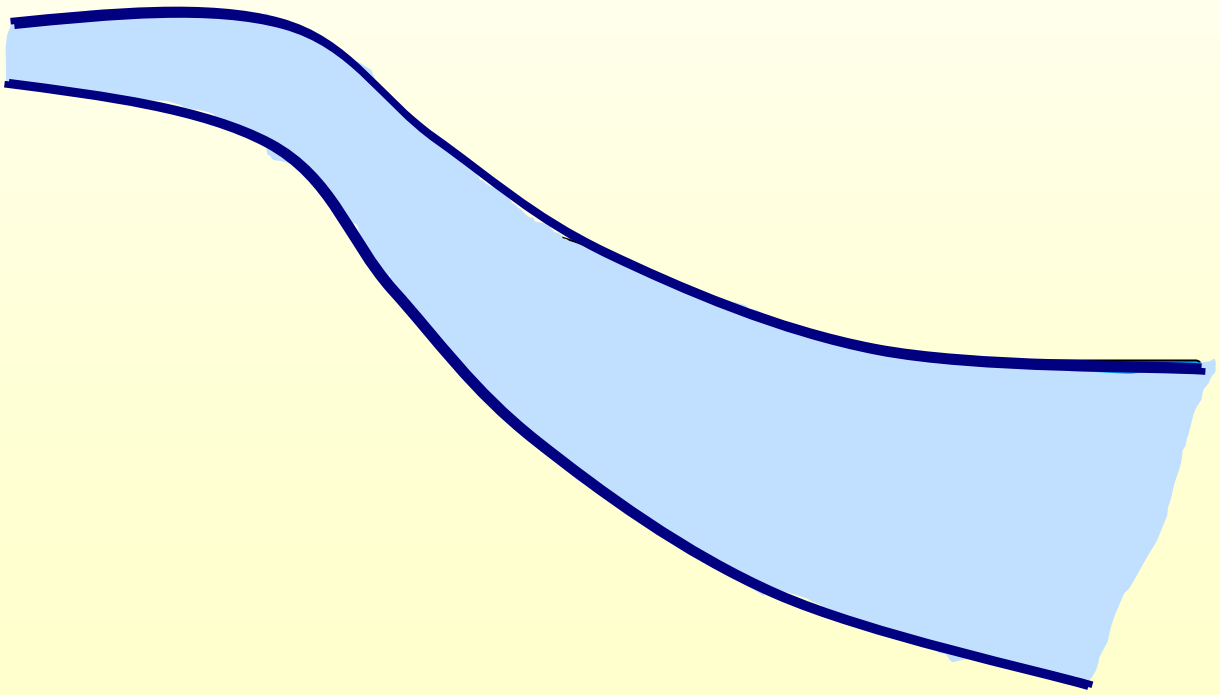
S_{tot} = 2.5 cm^2

v = 40 cm/s

TEOREMA DI BERNOULLI

Principio di conservazione dell'energia per i fluidi

Per un liquido ideale (incomprimibile, non-viscoso, che si muove di moto stazionario) la somma di pressione ed energia meccanica per unità di volume è costante in ciascuna sezione del condotto.

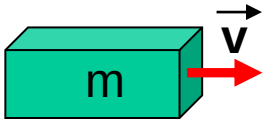


RIPASSO

ENERGIA CINETICA

- **Esprime la capacità di un corpo di compiere lavoro a causa del suo movimento.**

$$T = \frac{1}{2} m v^2$$



- **E' una grandezza scalare che può assumere un valore positivo o nullo.**

- **Un corpo sotto l'azione di una forza risultante costante si muove con accelerazione costante, ovvero acquista velocità e quindi aumenta la sua energia cinetica.**

RIPASSO

TEOREMA DELL' ENERGIA CINETICA

Teorema dell'energia cinetica

La variazione di T di un punto materiale, durante uno spostamento, è uguale al lavoro compiuto, in quello spostamento, da tutte le forze applicate.

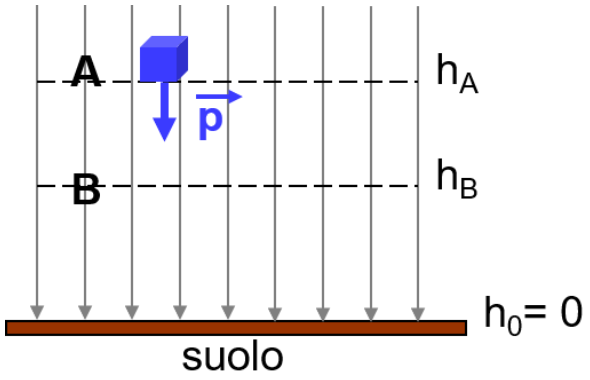
$$L = \Delta T$$

$$L_{12} = \tfrac{1}{2} m v_2^2 - \tfrac{1}{2} m v_1^2$$

RIPASSO

ENERGIA POTENZIALE

- L'energia potenziale è energia accumulata da un sistema come risultato di un lavoro fatto sul sistema.
- È definita solo per campi conservativi, è funzione della posizione.



$$L = mgh_A - mgh_B$$

$$L = -\Delta U$$

- Quando le forze del campo compiono lavoro positivo, l'energia potenziale diminuisce, e viceversa

RIPASSO

CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA

$$U_1 + T_1 = U_2 + T_2$$

$$E = U + T = \text{costante}$$

Energia meccanica totale E di un corpo che risente di sole forze conservative, rimane costante nel tempo.

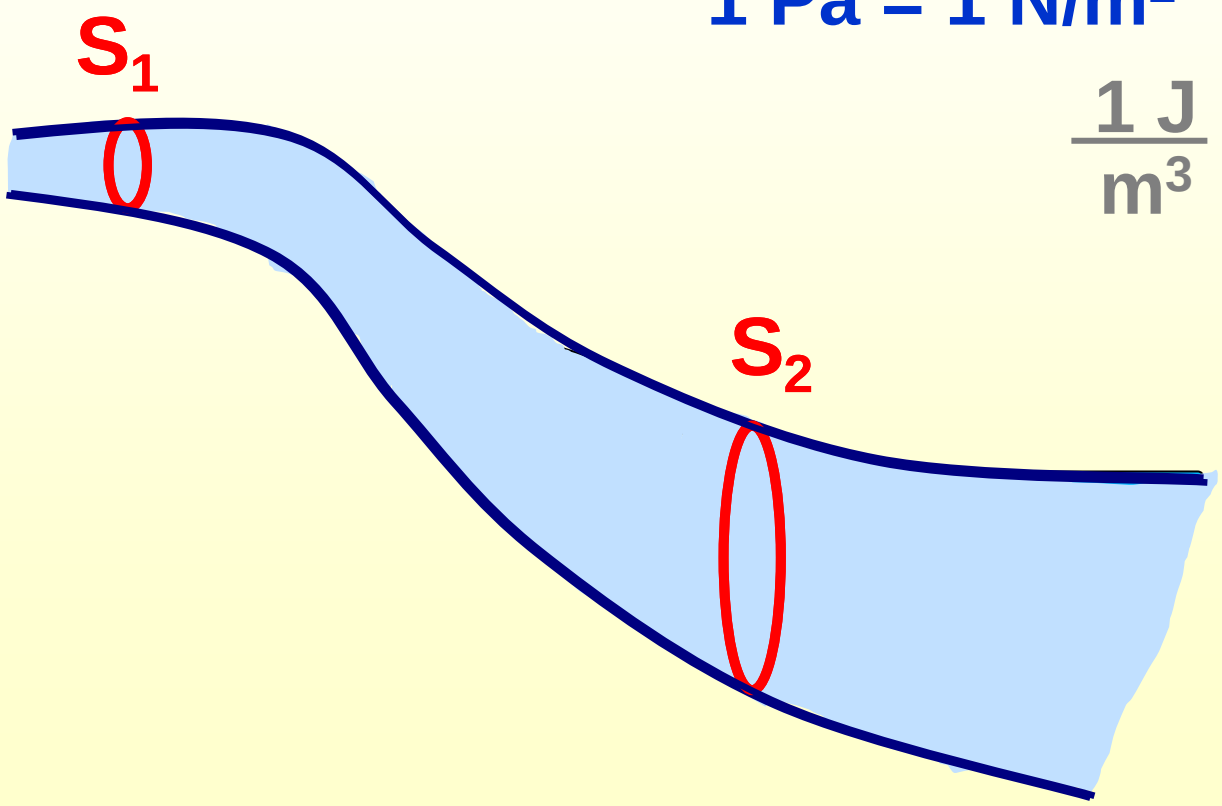
TEOREMA DI BERNOULLI

Principio di conservazione dell'energia per i fluidi .

Per un liquido ideale (incomprimibile, non-viscoso, che si muove di moto stazionario) la somma di pressione ed energia meccanica per unità di volume è costante in ciascuna sezione del condotto.

$1\ Pa = 1\ N/m^2$ $1\ J = 1\ N\ m$

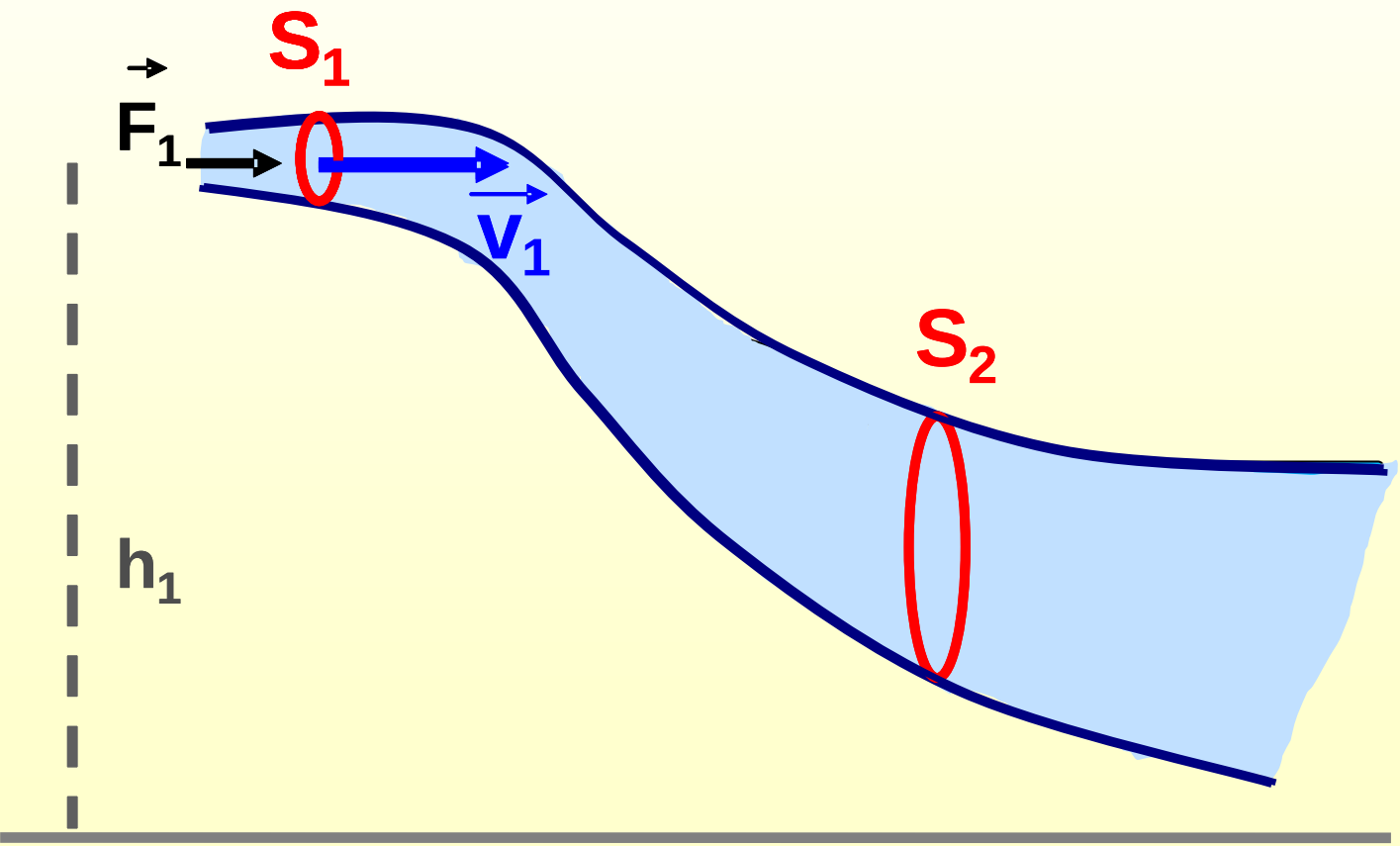
$$\frac{1\ J}{m^3} = \frac{1\ N}{m^2}$$



TEOREMA DI BERNOULLI

Principio di conservazione dell'energia per i fluidi .

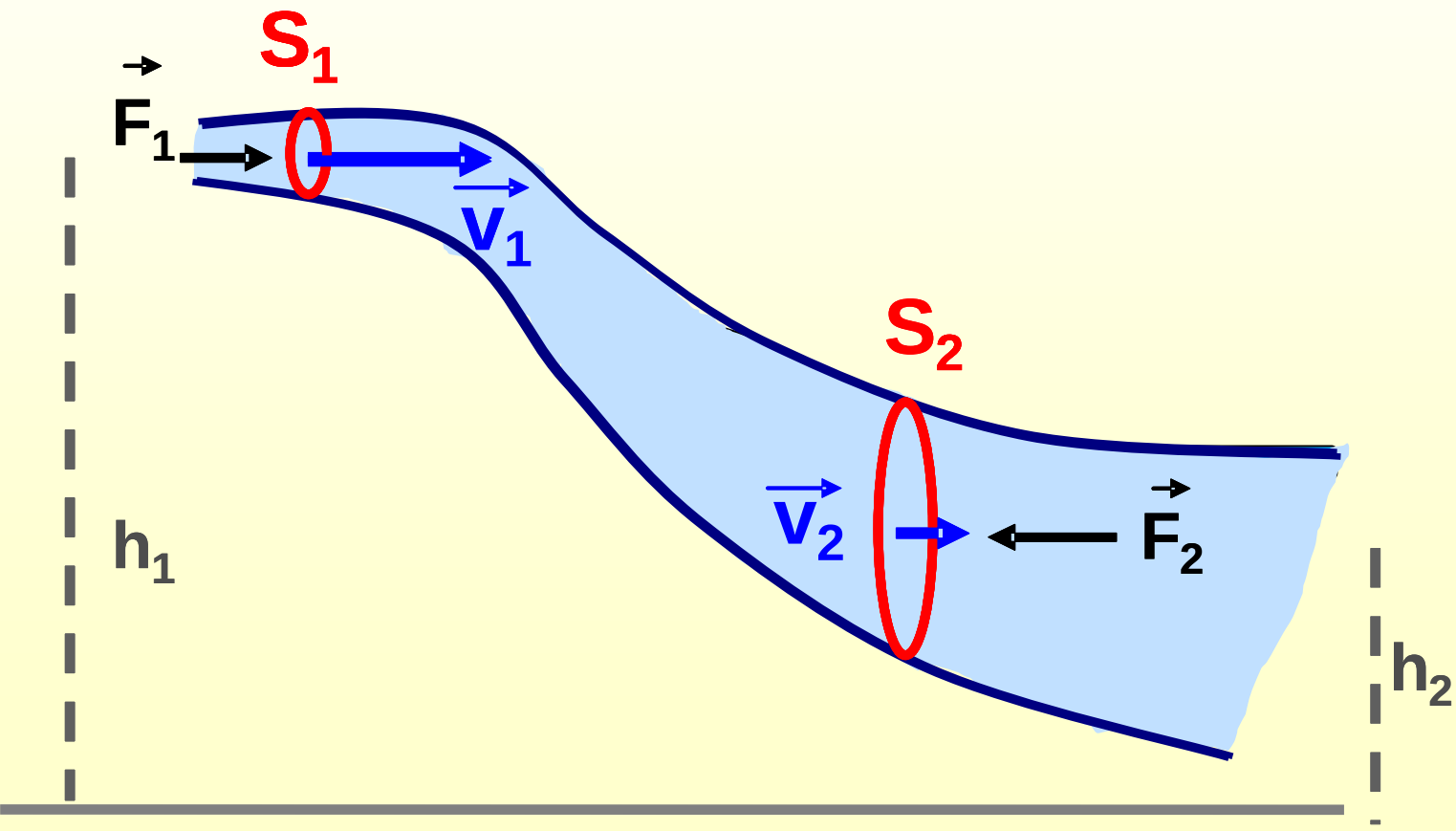
Per un liquido ideale (incomprimibile, non-viscoso, che si muove di moto stazionario) la somma di pressione ed energia meccanica per unità di volume è costante in ciascuna sezione del condotto.



TEOREMA DI BERNOULLI

Principio di conservazione dell'energia per i fluidi .

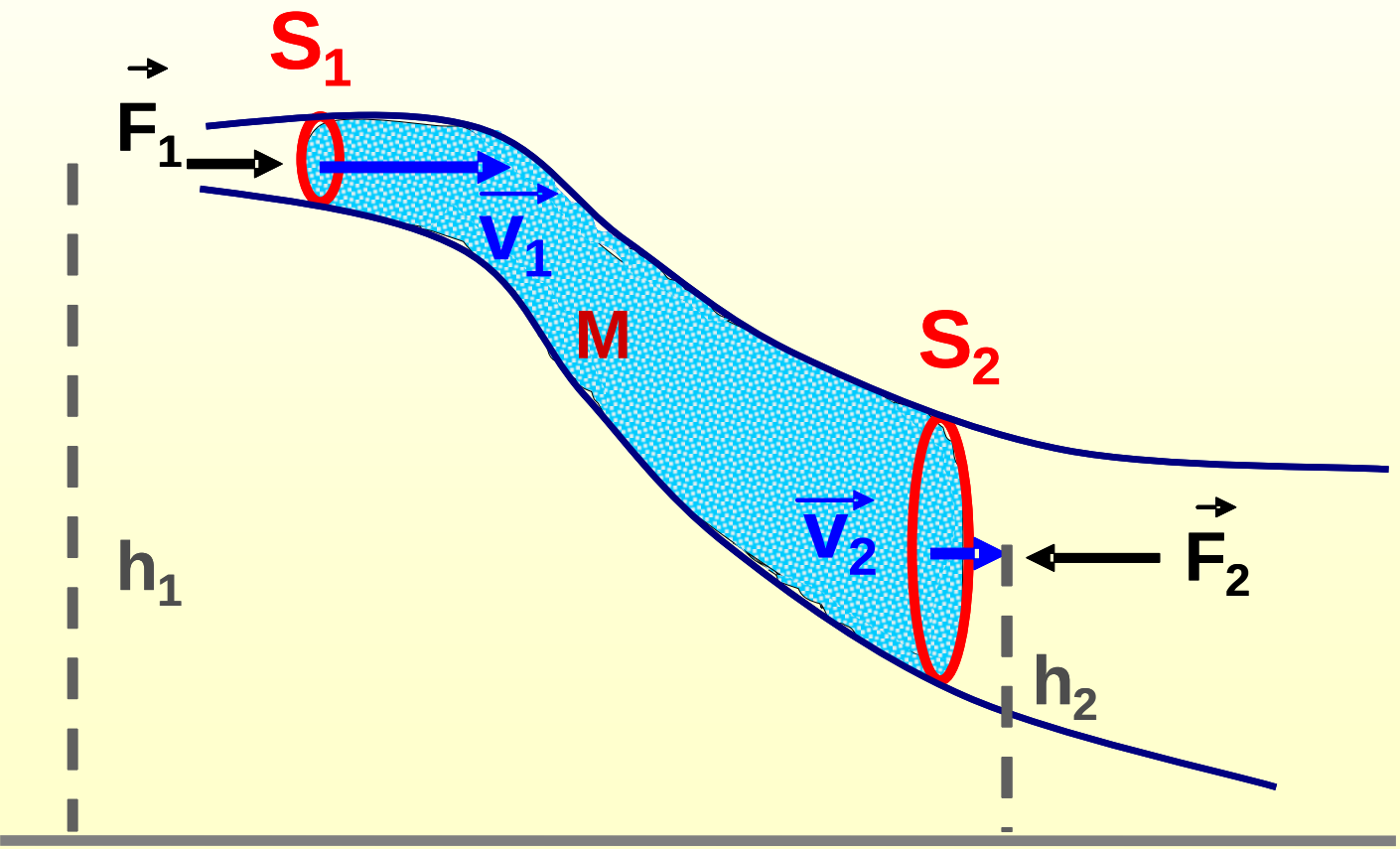
Per un liquido ideale (incomprimibile, non-viscoso, che si muove di moto stazionario) la somma di pressione ed energia meccanica per unità di volume è costante in ciascuna sezione del condotto.



TEOREMA DI BERNOULLI

Principio di conservazione dell'energia per i fluidi .

Per un liquido ideale (incomprimibile, non-viscoso, che si muove di moto stazionario) la somma di pressione ed energia meccanica per unità di volume è costante in ciascuna sezione del condotto.

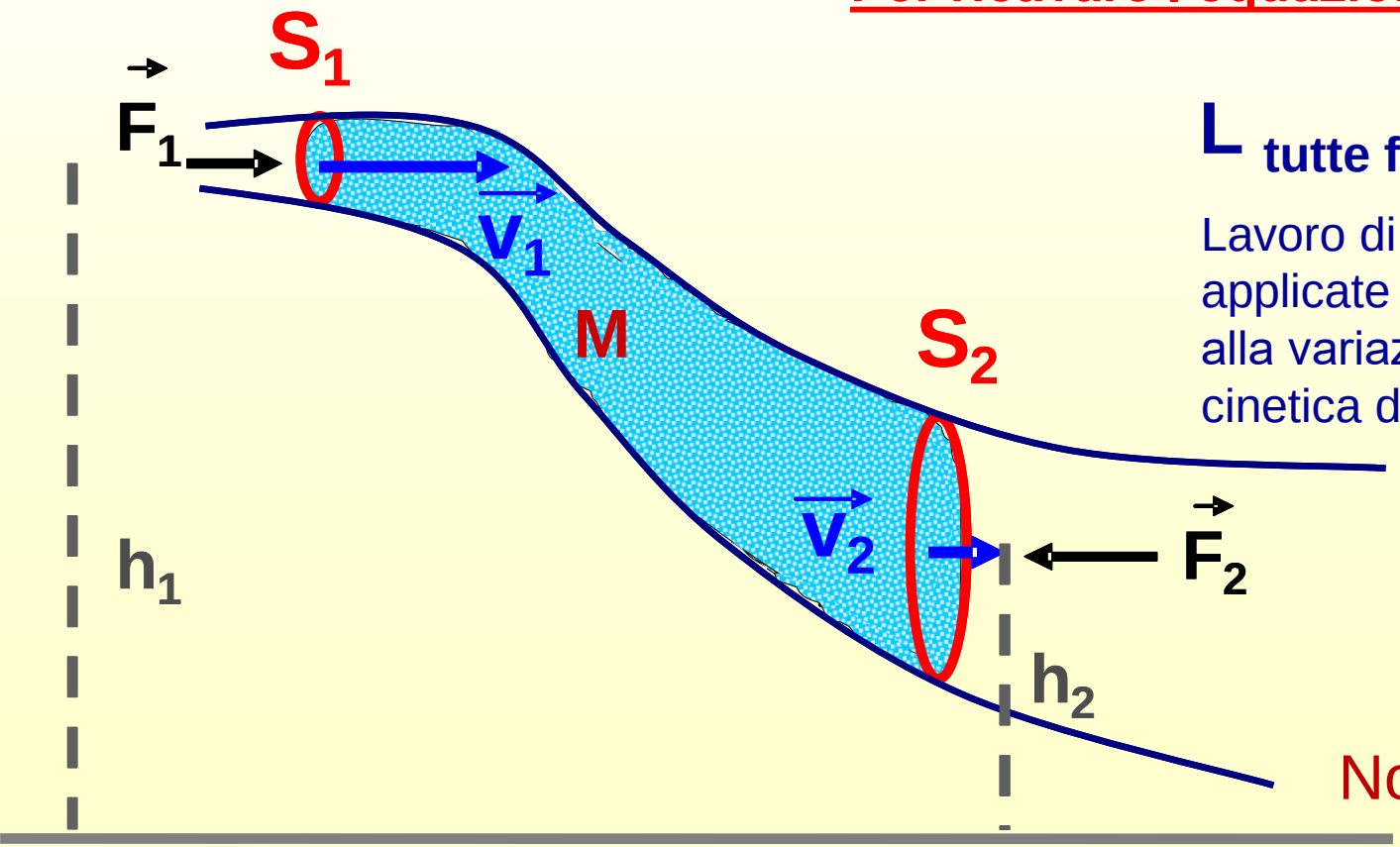


TEOREMA DI BERNOULLI

Principio di conservazione dell'energia per i fluidi .

Per un liquido ideale (incomprimibile, non-viscoso, che si muove di moto stazionario) la somma di pressione ed energia meccanica per unità di volume è costante in ciascuna sezione del condotto.

Per ricavare l'equazione di Bernoulli:



$L_{\text{tutte forze}} = \Delta T_M$

Lavoro di tutte le forze applicate sulla massa M è pari alla variazione dell'energia cinetica della massa M

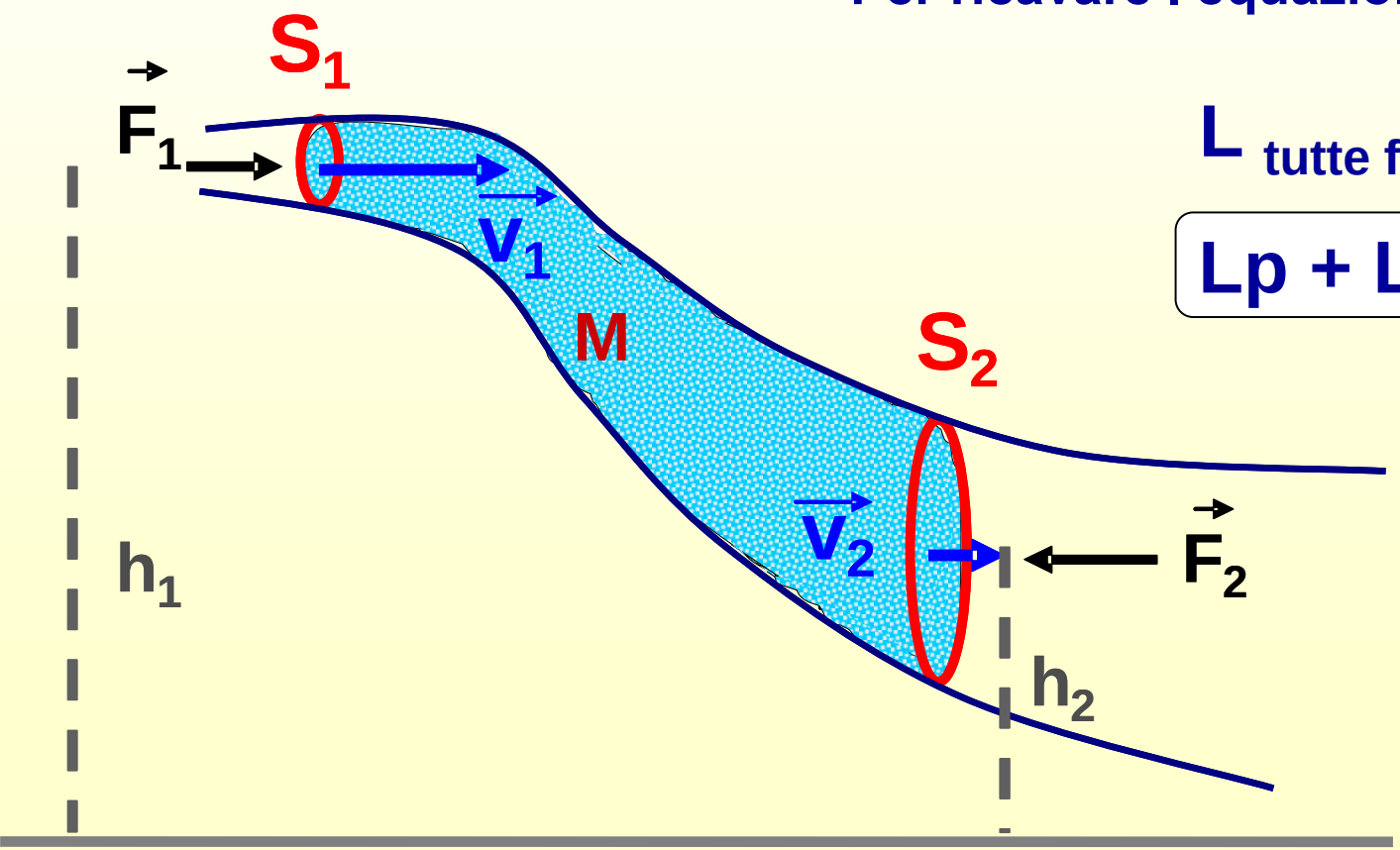
Nota: $T = \frac{1}{2} m v^2$

TEOREMA DI BERNOULLI

Principio di conservazione dell'energia per i fluidi .

Per un liquido ideale (incomprimibile, non-viscoso, che si muove di moto stazionario) la somma di pressione ed energia meccanica per unità di volume è costante in ciascuna sezione del condotto.

Per ricavare l'equazione di Bernoulli:



$$L_{\text{tutte forze}} = \Delta T_M$$

$$Lp + Lg = \Delta T_M$$

Nota:

Lp lavoro forze di pressione

Lg lavoro forze di gravità

-grandezza lavoro L = F s

$$L_p + L_g = \Delta T_m$$

$$p_1 V - p_2 V + mgh_1 - mgh_2 = \tfrac{1}{2} m v_2^2 - \tfrac{1}{2} m v_1^2$$

-grandezza lavoro $L = F\ s$

-pressione $P = F / A \rightarrow F = P\ A$

$$L_p + L_g = \Delta T_m$$

$$p_1 V - p_2 V + mgh_1 - mgh_2 = \tfrac{1}{2} m v_2^2 - \tfrac{1}{2} m v_1^2$$

-grandezza lavoro $L = F\ s$

-pressione $P = F / A \rightarrow F = P\ A$

-lavoro forze di pressione → $Lp = P\ A\ s$

$Lp = PV$

$$Lp + Lg = \Delta T_m$$

$$p_1V - p_2\ V + mgh_1 - mgh_2 = \tfrac{1}{2}\ m\ v_2^2 - \tfrac{1}{2}\ mv_1^2$$

$$Lp + Lg = \Delta T_m$$

$$p_1V - p_2V + mgh_1 - mgh_2 = \tfrac{1}{2} m v_2^2 - \tfrac{1}{2} m v_1^2$$

$$\tfrac{1}{2} m v_2^2 + mgh_2 + p_2V = \tfrac{1}{2} m v_1^2 + mgh_1 + p_1V$$

$$L_p + L_g = \Delta T_m$$

$$p_1V - p_2V + mgh_1 - mgh_2 = \tfrac{1}{2} m v_2^2 - \tfrac{1}{2} m v_1^2$$

$$\tfrac{1}{2} m v_2^2 + mgh_2 + p_2V = \tfrac{1}{2} m v_1^2 + mgh_1 + p_1V$$

Energia cinetica + Energia potenziale + Lavoro dovuto alle forze di pressione

$$Lp + Lg = \Delta T_m$$

$$p_1V - p_2 V + mgh_1 - mgh_2 = \tfrac{1}{2} m v_2^2 - \tfrac{1}{2} m v_1^2$$

$$\tfrac{1}{2} m v_2^2 + mgh_2 + p_2V = \tfrac{1}{2} m v_1^2 + mgh_1 + p_1V$$

dividendo per il volume, V

$$\rho = m / V$$

$$Lp + Lg = \Delta T_m$$

$$p_1V - p_2V + mgh_1 - mgh_2 = \tfrac{1}{2} m v_2^2 - \tfrac{1}{2} m v_1^2$$

$$\tfrac{1}{2} m v_2^2 + mgh_2 + p_2V = \tfrac{1}{2} m v_1^2 + mgh_1 + p_1V$$

con $\rho = m / V$

$$\tfrac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho gh_2 + p_2 = \tfrac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho gh_1 + p_1$$

$$L_p + L_g = \Delta T_m$$

$$p_1 V - p_2 V + mgh_1 - mgh_2 = \tfrac{1}{2} m v_2^2 - \tfrac{1}{2} m v_1^2$$

$$\tfrac{1}{2} m v_2^2 + mgh_2 + p_2 V = \tfrac{1}{2} m v_1^2 + mgh_1 + p_1 V$$

con $\rho = m / V$

$$\tfrac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_2 = \tfrac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 + p_1$$

$$\tfrac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h + p = \text{costante}$$

Equazione di Bernoulli



Università degli Studi di Milano
Facoltà di Medicina e Chirurgia

CORSO DI LAUREA : INFERMIERISTICA

Corso di Fisica A.A. 2022-2023

Docente: Marie Claire Cantone

3. MECCANICA DEI FLUIDI

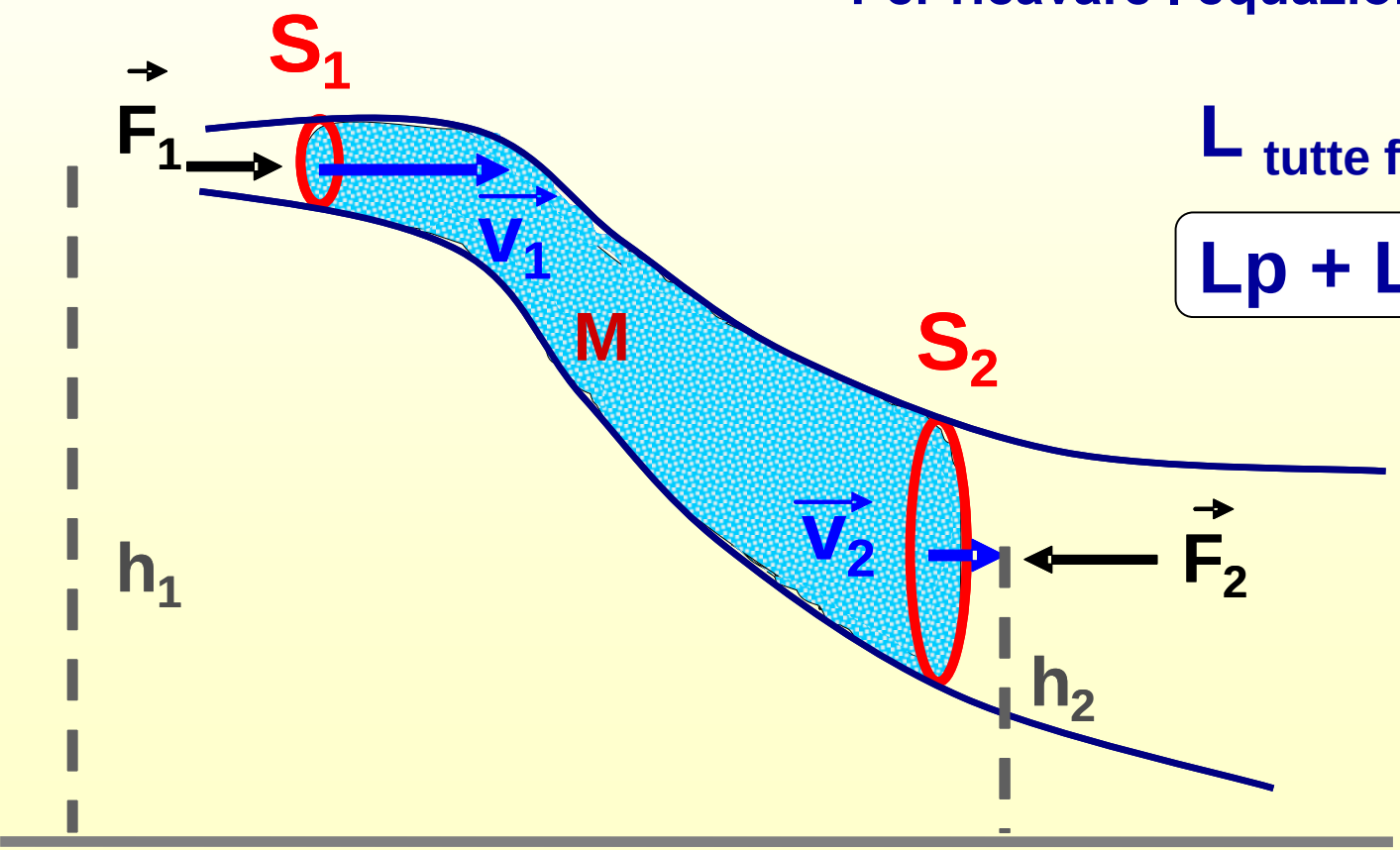
3.1 DINAMICA DEI FLUIDI

TEOREMA DI BERNOULLI

Principio di conservazione dell'energia per i fluidi .

Per un liquido ideale (incomprimibile, non-viscoso, che si muove di moto stazionario) la somma di pressione ed energia meccanica per unità di volume è costante in ciascuna sezione del condotto.

Per ricavare l'equazione di Bernoulli:



$$L_{\text{tutte forze}} = \Delta T_M$$

$$Lp + Lg = \Delta T_M$$

Nota:

Lp lavoro forze di pressione

Lg lavoro forze di gravità

TEOREMA DI BERNOULLI

Energia cinetica per unità di volume

Energia potenziale per unità di volume

Lavoro delle forze di pressione per unità di volume

$$\tfrac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h + p = \text{costante}$$

pressione

pressione

pressione

[dimensioni fisiche]

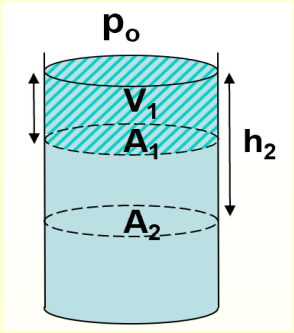
$$\tfrac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h + p = \text{costante}$$

e in assenza di moto ??

$$\tfrac{1}{2}\,\rho v^2 + \rho g h + p = \text{costante}$$

In assenza di moto

$\rho g h + p = \text{costante}$ ⇒ **Principio di Stevino**



$$P_1 - P_o = \rho\, g\, h_1$$

$$P_2 - P_o = \rho\, g\, h_2$$

$$\tfrac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h + p = \text{costante}$$

In assenza di moto

$\rho g h + p = \text{costante}$ ⇒ **Principio di Stevino**

Il termine $\rho g h + p$ è detto pressione statica

Il termine $\tfrac{1}{2}\rho v^2$ è detto pressione dinamica

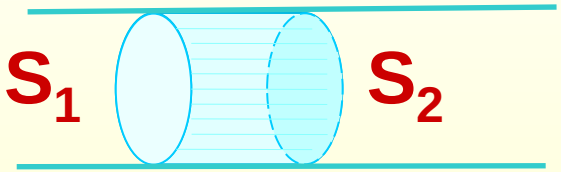
Per un condotto orizzontale $h_1 = h_2$

$$\tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \cancel{\rho g h_2} + p_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \cancel{\rho g h_1} + p_1$$

Per un condotto orizzontale $h_1 = h_2$

$$\tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \cancel{\rho g h_2} + p_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \cancel{\rho g h_1} + p_1$$

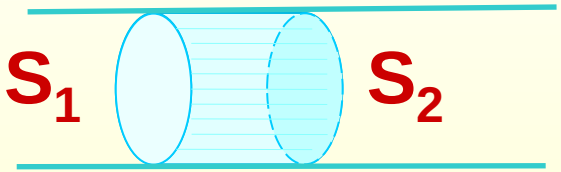
Se inoltre la sezione è costante $S_1 = S_2$ ⇨ $v_1 = v_2$



Per un condotto orizzontale $h_1 = h_2$

$$\tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 + p_1$$

Se inoltre la sezione è costante $S_1 = S_2$ ⇨ $v_1 = v_2$



$$\tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 + p_1$$

$$p_1 = p_2$$

Per un condotto orizzontale $h_1 = h_2$

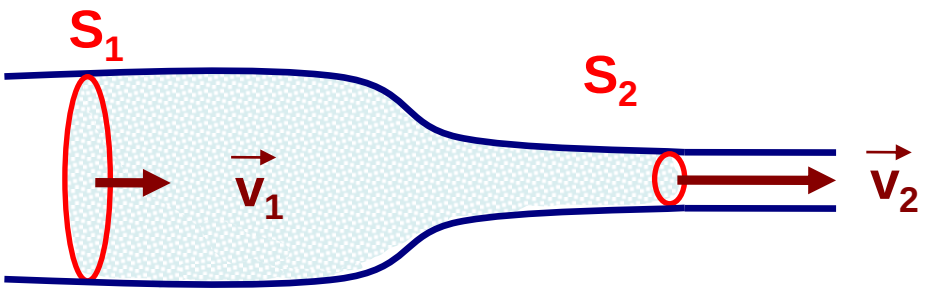
Se la sezione non è costante $S_1 \neq S_2$ e $v_1 \neq v_2$

$$\tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \cancel{\rho g h_2} + p_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \cancel{\rho g h_1} + p_1$$

Per un condotto orizzontale $h_1 = h_2$

Se la sezione non è costante $S_1 \neq S_2$ e $v_1 \neq v_2$

$$\tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \cancel{\rho g h_2} + p_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \cancel{\rho g h_1} + p_1$$

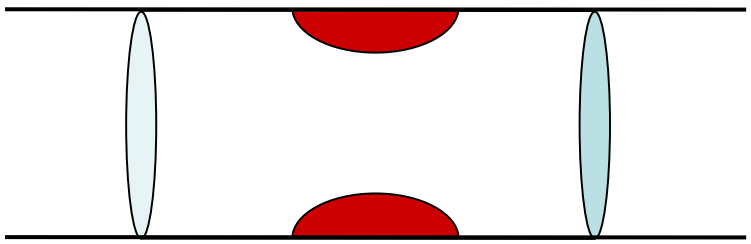


ESEMPIO

$$S_2 < S_1 \Rightarrow v_2 > v_1$$

$$p_2 < p_1$$

Dove la sezione si restringe la pressione DIMINUISCE ! ! !

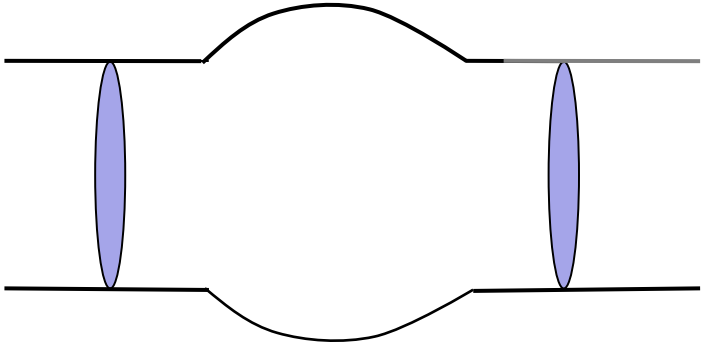


Arteria con placca arteriosclerotica - STENOSI

Se in una arteria si verifica un restringimento STENOSI per es. dovuto alla formazione di una placca arteriosclerotica si ha, in corrispondenza, una diminuzione di pressione (teorema di Bernoulli).

Questa condizione patologica non regredisce spontaneamente, anzi può tendere a peggiorare.

Se la sezione si dimezza la velocità raddoppia



Arteria con ANEURISMA

Se in una arteria si verifica un aumento locale della sezione ANEURISMA si ha, in corrispondenza, un aumento di pressione (teorema di Bernoulli).

Anche per questa condizione, come per la condizione di stenosi, non si assiste ad una regressione spontanea a seguito dei valori di pressione.

In condizioni normali il sangue scorre nelle arterie ad una velocità di 20 cm/s e ad una pressione di 100 mmHg.

Calcolare la variazione di pressione in un tratto di arteria in cui la sezione, a causa della presenza di placche, si è ridotta alla metà del valore iniziale.

In condizioni normali il sangue scorre nelle arterie ad una velocità di 20 cm/s e ad una pressione di 100 mmHg.

Calcolare la variazione di pressione in un tratto di arteria in cui la sezione, a causa della presenza di placche, si è ridotta alla metà del valore iniziale.

$$\tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 + p_1$$

In condizioni normali il sangue scorre nelle arterie ad una velocità di 20 cm/s e ad una pressione di 100 mmHg.

Calcolare la variazione di pressione in un tratto di arteria in cui la sezione, a causa della presenza di placche, si è ridotta alla metà del valore iniziale.

$$\tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 + p_1$$

$$\tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1$$

$$p_2 - p_1 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 - \tfrac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$p_2 - p_1 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 \left[1 - \frac{v_2^2}{v_1^2} \right]$$

In condizioni normali il sangue scorre nelle arterie ad una velocità di 20 cm/s e ad una pressione di 100 mmHg.

Calcolare la variazione di pressione in un tratto di arteria in cui la sezione, a causa della presenza di placche, si è ridotta alla metà del valore iniziale.

$$\tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 + p_1$$

$$\tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1$$

$$p_2 - p_1 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 - \tfrac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$p_2 - p_1 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 \left[1 - \frac{v_2^2}{v_1^2} \right]$$

se la sezione si dimezza, la velocità ??

In condizioni normali il sangue scorre nelle arterie ad una velocità di 20 cm/s e ad una pressione di 100 mmHg.

Calcolare la variazione di pressione in un tratto di arteria in cui la sezione, a causa della presenza di placche, si è ridotta alla metà del valore iniziale.

$$\tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 + p_1$$

$$\tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1$$

$$p_2 - p_1 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 - \tfrac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$p_2 - p_1 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 \left[1 - \frac{v_2^2}{v_1^2} \right]$$

se la sezione si dimezza, la velocità raddoppia $v_2 = 2\, v_1$

In condizioni normali il sangue scorre nelle arterie ad una velocità di 20 cm/s e ad una pressione di 100 mmHg.

Calcolare la variazione di pressione in un tratto di arteria in cui la sezione, a causa della presenza di placche, si è ridotta alla metà del valore iniziale.

$$\tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 + p_1$$

$$\tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1$$

$$p_2 - p_1 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 \left(1 - \frac{v_2^2}{v_1^2} \right)$$

se la sezione si dimezza la velocità raddoppia $v_2 = 2 v_1$

$$p_2 - p_1 = \tfrac{1}{2}\, 10^3\ \text{kg/m}^3\ (0.2\ \text{m/s})^2 \left(1 - 4 \right)$$

$$p_2 = p_1 - 60\ \text{Pa}$$

Nota: 1 Pa = 1 kg $m^{-1} s^{-2}$

In condizioni normali il sangue scorre nelle arterie ad una velocità di 20 cm/s e ad una pressione di 100 mmHg.

Calcolare la variazione di pressione in un tratto di arteria in cui la sezione, a causa della presenza di placche, si è ridotta alla metà del valore iniziale.

$$\tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 + p_1$$

$$\tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1$$

$$p_2 - p_1 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 \left(1 - \frac{v_2^2}{v_1^2} \right)$$

se la sezione si dimezza la velocità raddoppia $v_2 = 2\, v_1$

$$p_2 - p_1 = \tfrac{1}{2}\, 10^3\ \text{kg/m}^3\ (0.2\ \text{m/s})^2 \left(1 - 4 \right)$$

$$p_2 = p_1 - 60\ \text{Pa}$$

$\tfrac{1}{2}\ 10^3\ 0.04\ (-3)$

Nota: 1 Pa = 1 kg $m^{-1}s^{-2}$

In condizioni normali il sangue scorre nelle arterie ad una velocità di 20 cm/s e ad una pressione di 100 mmHg.

Calcolare la variazione di pressione in un tratto di arteria in cui la sezione, a causa della presenza di placche, si è ridotta alla metà del valore iniziale.

$$\tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 + p_1$$

$$\tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1$$

$$p_2 - p_1 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 \left(1 - \frac{v_2^2}{v_1^2} \right)$$

se la sezione si dimezza la velocità raddoppia $v_2 = 2\, v_1$

$$p_2 - p_1 = \tfrac{1}{2}\, 10^3\ \text{kg/m}^3\ (0.2\ \text{m/s})^2 \left(1 - 4 \right)$$

$$p_2 = p_1 - 60\ \text{Pa}$$

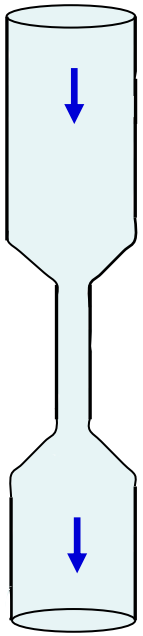
Sezione ↓	Velocità ↑	Pressione ↓
diminuisce	*aumenta*	*diminuisce*

Aspiratore

Tubo verticale a sezione variabile con p_2 uguale alla pressione atmosferica.

La pressione p_1 nella sezione ridotta è minore della pressione atmosferica.

Quindi il liquido in moto produce una aspirazione (pompa a vuoto) .



S_1 p_1 pressione minore della atmosferica

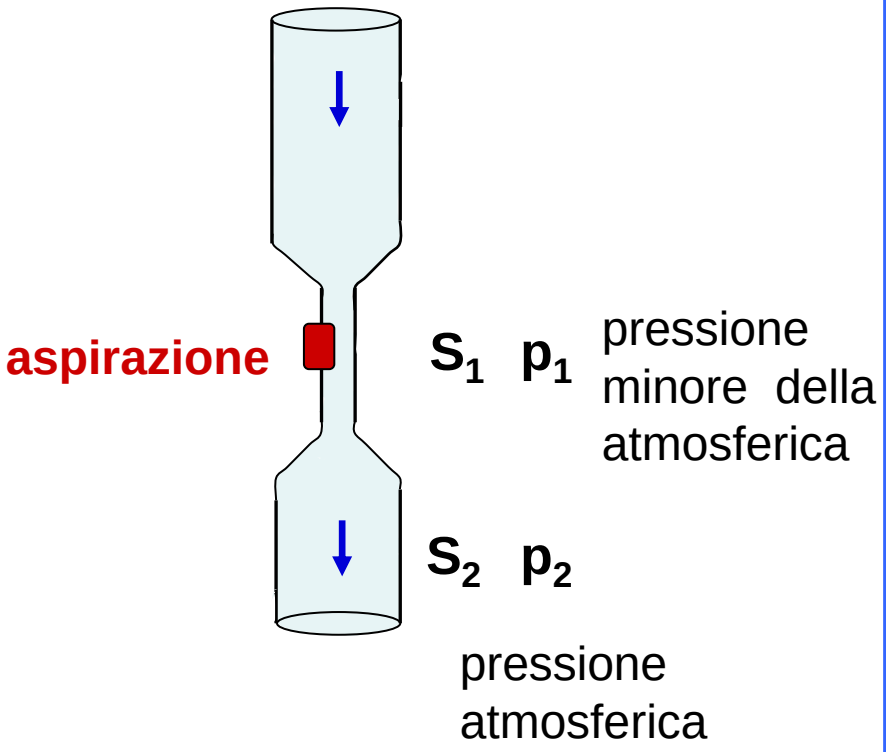
S_2 p_2 pressione atmosferica

Aspiratore

Tubo verticale a sezione variabile con p_2 uguale alla pressione atmosferica.

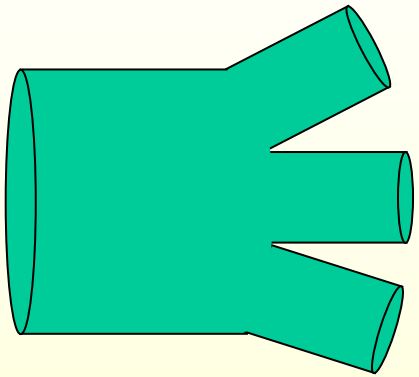
La pressione p_1 nella sezione ridotta è minore della pressione atmosferica.

Quindi il liquido in moto produce una aspirazione (pompa a vuoto) .



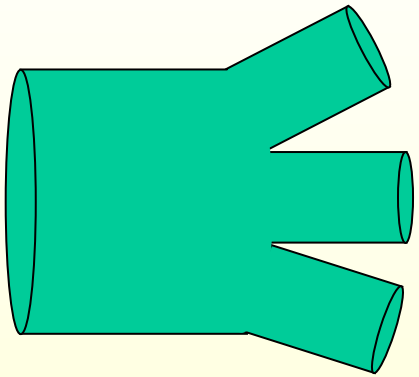
La velocità media in un capillare è 0.033 cm/s. Il raggio del capillare è 2 μm. Calcolare la portata media del capillare.

Sapendo che la portata dell'aorta è 83 cm^3/s, fare una stima del numero totale di capillari nel corpo.



La velocità media in un capillare è 0.033 cm/s. Il raggio del capillare è 2 μm. Calcolare la portata media del capillare.

Sapendo che la portata dell'aorta è 83 cm^3/s , fare una stima del numero totale di capillari nel corpo.



$Q = S\, v_m$ $\quad S = \pi\, r^2$ $\quad r = 2\ \mu m = 2 \cdot 10^{-4}\ cm$

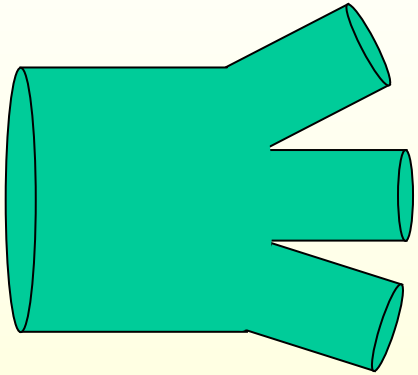
$S = 3.14 \cdot (2 \cdot 10^{-4}\ cm)^2 = 12.56 \cdot 10^{-8}\ cm^2$

$Q = 12.56 \cdot 10^{-8}\ cm^2 \cdot 3.3 \cdot 10^{-2}\ cm/\ s$

$Q = 41.4 \cdot 10^{-10}\ cm^3/s$

La velocità media in un capillare è 0.033 cm/s. Il raggio del capillare è 2 μm. Calcolare la portata media del capillare.

Sapendo che la portata dell'aorta è 83 cm^3/s, fare una stima del numero totale di capillari nel corpo.



$Q = S\, v_m \qquad S = \pi\, r^2 \qquad r = 2\ \mu m = 2 \cdot 10^{-4}\ cm$

$S = 3.14 \cdot (2 \cdot 10^{-4}\ cm)^2 = 12.56 \cdot 10^{-8}\ cm^2$

$Q = 12.56 \cdot 10^{-8}\ cm^2 \cdot 3.3 \cdot 10^{-2}\ cm/\ s$

$Q = 41.4 \cdot 10^{-10}\ cm^3/s$

$Q_{TOT} = N\, Q \qquad N = Q_{TOT} / Q$

$N = 83\ cm^3\ s^{-1} / (\ 41.4 \cdot 10^{-10}\ cm^3/s\ )$

$N \approx 2 \cdot 10^{10}$ capillari

LIQUIDI REALI E TEOREMA DI BERNOULLI

I liquidi reali, durante il loro moto, manifestano forze di attrito interno, dovute alla resistenza che gli strati di liquido incontrano nello scorrere l'uno sull'altro.

La presenza di forze dissipative comporta una perdita di energia di cui tener conto nell'equazione di Bernoulli.

LIQUIDI REALI E TEOREMA DI BERNOULLI

I liquidi reali, durante il loro moto, manifestano forze di attrito interno, dovute alla resistenza che gli strati di liquido incontrano nello scorrere l'uno sull'altro.

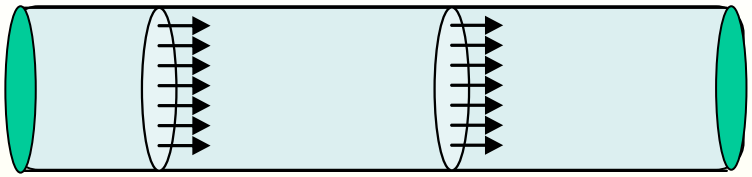
La presenza di forze dissipative comporta una perdita di energia di cui tener conto nell'equazione di Bernoulli.

$$\tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 + p_1 = \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_2 + E_a$$

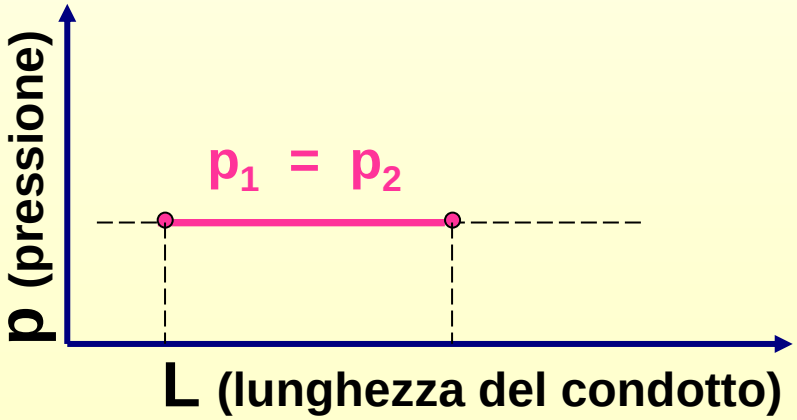
Il termine E_a (sempre positivo) indica l'energia persa per unità di volume per attrito interno (viscosità).

LIQUIDI REALI IN MOVIMENTO

Liquido ideale con $S_1 = S_2$

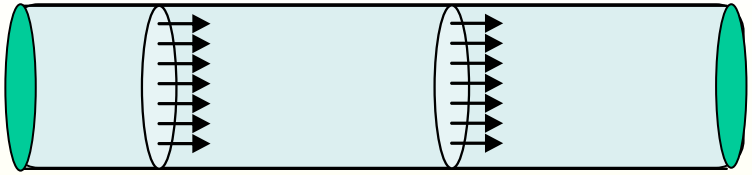


Per un liquido ideale: - la velocità è costante in tutti i punti della sezione trasversa; - la pressione è costante lungo il condotto.

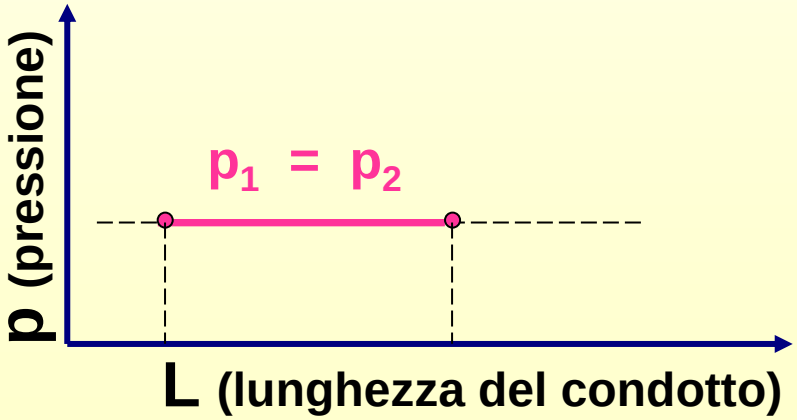


LIQUIDI REALI IN MOVIMENTO

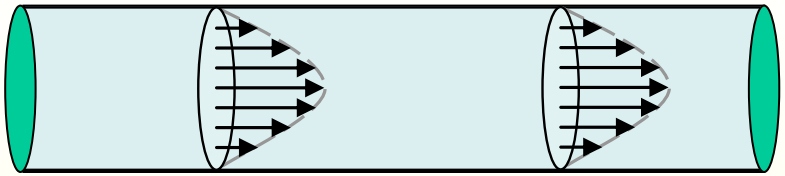
Liquido ideale con $S_1 = S_2$



Per un liquido ideale: - la velocità è costante in tutti i punti della sezione trasversa; - la pressione è costante lungo il condotto.



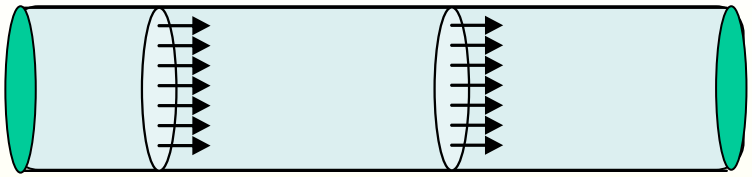
Liquido reale con $S_1 = S_2$



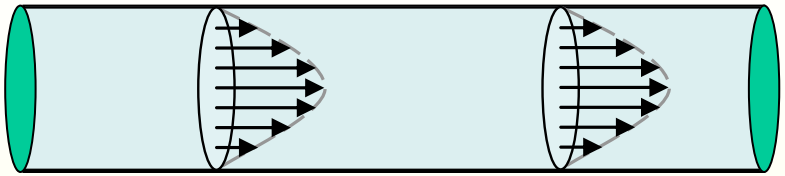
Per un liquido reale: - la velocità è maggiore al centro del condotto; - la pressione diminuisce lungo il condotto. Per far scorrere il liquido è necessario applicare una Δp per vincere le forze d'attrito.

LIQUIDI REALI IN MOVIMENTO

Liquido ideale con $S_1 = S_2$

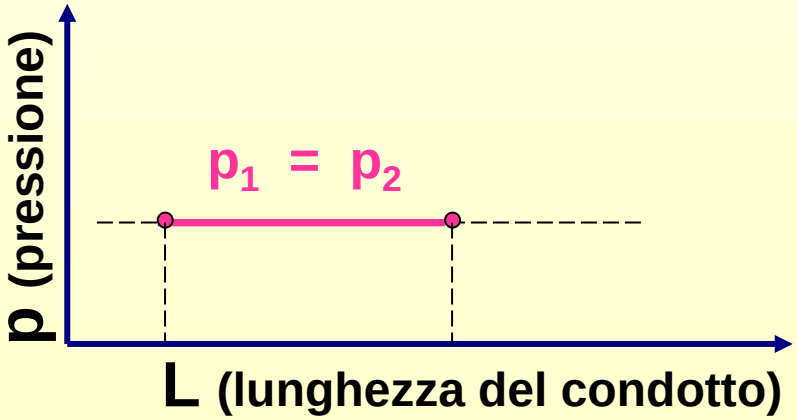


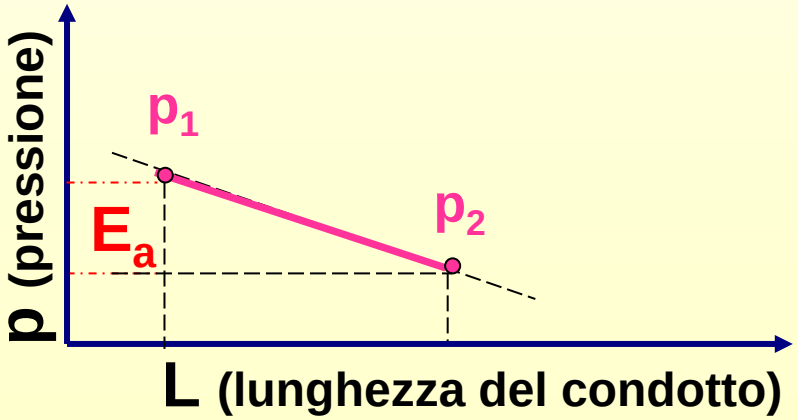
Liquido reale con $S_1 = S_2$



Per un liquido ideale: - la velocità è costante in tutti i punti della sezione trasversa; - la pressione è costante lungo il condotto.

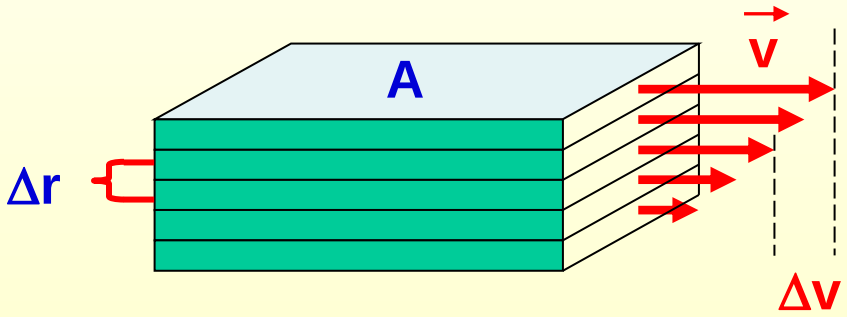
Per un liquido reale: - la velocità è maggiore al centro del condotto; - la pressione diminuisce lungo il condotto. Per far scorrere il liquido è necessario applicare una Δp per vincere le forze d'attrito.





MOTO DI UN LIQUIDO REALE – REGIME LAMINARE

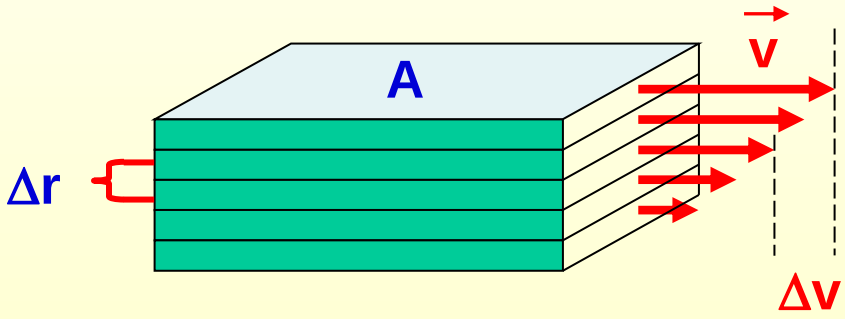
Il regime laminare è caratterizzato da un gradiente di velocità, fra uno strato di fluido e lo strato successivo.



MOTO DI UN LIQUIDO REALE – REGIME LAMINARE

Il regime laminare è caratterizzato da un gradiente di velocità, fra uno strato di fluido e lo strato successivo.

La forza di attrito F_a , che agisce fra le lamine di fluido, è proporzionale al gradiente di velocità e all'area di contatto fra gli strati, secondo un coefficiente η (viscosità del fluido).

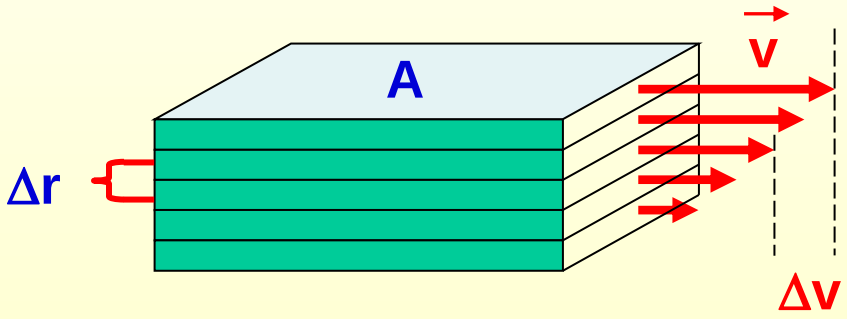


MOTO DI UN LIQUIDO REALE – REGIME LAMINARE

Il regime laminare è caratterizzato da un gradiente di velocità, fra uno strato di fluido e lo strato successivo.

La forza di attrito F_a , che agisce fra le lamine di fluido, è proporzionale al gradiente di velocità e all'area di contatto fra gli strati, secondo un coefficiente η (viscosità del fluido).

$$F_a = \eta \; A \; \frac{dv}{dr}$$



η si misura in Pa ▪ s nel S.I. , in poise nel c.g.s.

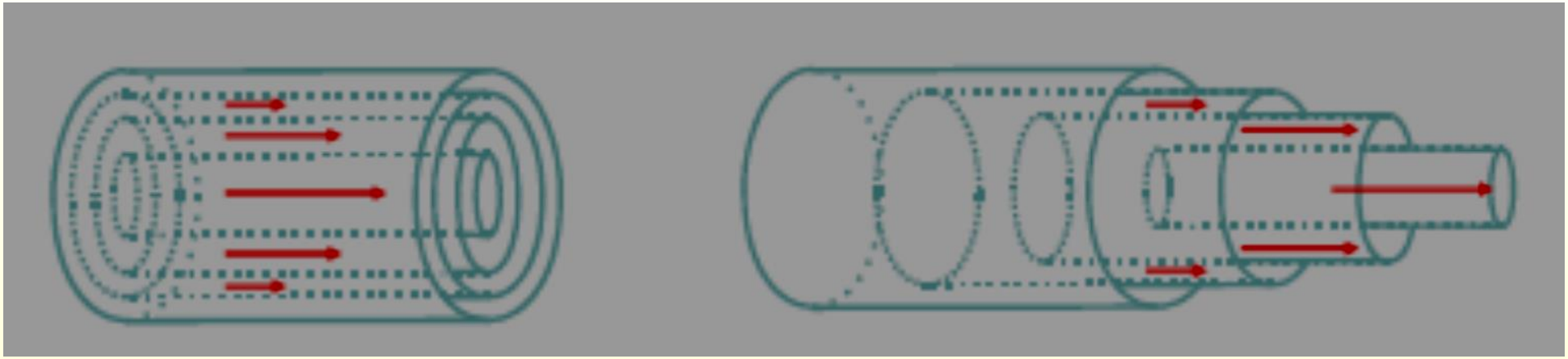
(1 poise = 0.1 Pa s)

Coefficiente di viscosità per alcuni fluidi

Materiale	viscosità (Pa s)
Aria a 20°C	$1.8\ 10^{-5}$
Acqua a 20°C	$1.0\ 10^{-3}$
Acqua a 100°C	$0.3\ 10^{-3}$
Sangue a 37°C	$2.7\ 10^{-3}$
Olio a 20°C	$84.0\ 10^{-3}$

MOTO DI UN LIQUIDO REALE – REGIME LAMINARE

Profilo parabolico di velocità nel moto laminare in un condotto cilindrico



la velocità è maggiore al centro del condotto

REGIME LAMINARE - Legge di Hagen-Poiseuille

La portata Q per un fluido reale di viscosità η che si muove di moto laminare in un condotto a pareti rigide, cilindrico di raggio r e lunghezza L, ai cui estremi si ha una differenza di pressione Δp, è data dalla legge di Hagen - Poiseuille .

$$Q = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 \eta L}$$

REGIME LAMINARE - Legge di Hagen-Poiseuille

La portata Q per un fluido reale di viscosità η che si muove di moto laminare in un condotto a pareti rigide, cilindrico di raggio r e lunghezza L, ai cui estremi si ha una differenza di pressione Δp, è data dalla legge di Hagen - Poiseuille .

$$Q = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 \eta L}$$

La portata Q è direttamente proporzionale al gradiente di pressione Δp, inversamente proporzionale alla viscosità del liquido η e proporzionale alla quarta potenza del raggio r^4 .

RESISTENZA IDRAULICA

La resistenza idraulica $\mathcal{R}$ per un fluido in movimento in un condotto, o tratto di condotto, è data dal rapporto fra la differenza di pressione, fra gli estremi del condotto o del tratto di condotto, e la portata.

$$\mathcal{R} = \frac{\Delta p}{Q}$$

RESISTENZA IDRAULICA

La resistenza idraulica $\mathcal{R}$ per un fluido in movimento in un condotto, o tratto di condotto, è data dal rapporto fra la differenza di pressione, fra gli estremi del condotto o del tratto di condotto, e la portata.

$$\mathcal{R} = \frac{\Delta p}{Q}$$

direttamente proporzionale a **ΔP** e inversamente proporzionale a **Q**

- $\mathcal{R}$ **Unità di misura nel S.I.** — **Pa s /m^3**
- $\mathcal{R}$ **Unità di misura pratica (c.g.s.)** — **poise/ cm^3**
- $\mathcal{R}$ **Dimensioni fisiche** — **$[\mathcal{R}] = M\,L^{-4}\,T^{-1}$**

1 poise = 0.1 Pa s

REGIME LAMINARE - Resistenza idraulica

$$\mathcal{R} = \frac{\Delta p}{Q}$$

$$Q = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 \eta L}$$

Legge di Hagen Poiseuille

$$\mathcal{R} = \frac{8 \eta L}{\pi r^4}$$

Resistenza idraulica per un condotto cilindrico a pareti rigide di lunghezza L e raggio r in cui scorre liquido di viscosità η.

REGIME LAMINARE - Resistenza idraulica

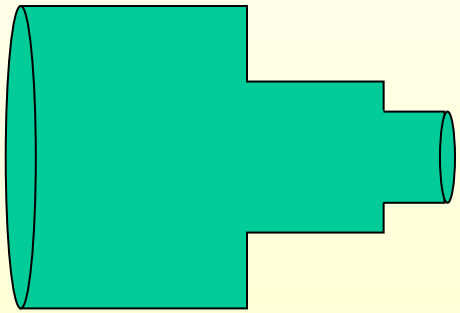
$$\mathcal{R} = \frac{\Delta p}{Q}$$

$$Q = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 \eta L}$$

Legge di Hagen Poiseuille

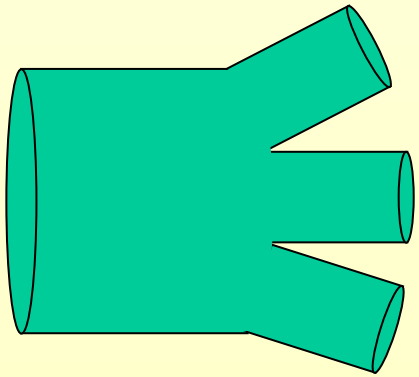
$$\mathcal{R} = \frac{8 \eta L}{\pi r^4}$$

Resistenza idraulica per un condotto cilindrico a pareti rigide di lunghezza L e raggio r in cui scorre liquido di viscosità η.



Resistenza idraulica - **CONDOTTI IN SERIE**

Resistenza idraulica - **CONDOTTI IN PARALLELO**



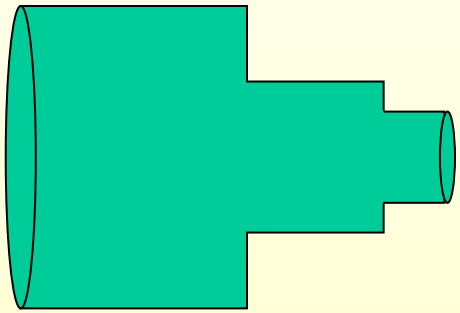
REGIME LAMINARE - Resistenza idraulica

$$\mathcal{R} = \frac{\Delta p}{Q}$$

$$Q = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 \eta L}$$

$$\mathcal{R} = \frac{8 \eta L}{\pi r^4}$$

Resistenza idraulica per un condotto cilindrico a pareti rigide di lunghezza L e raggio r in cui scorre liquido di viscosità η.



Condotti in serie

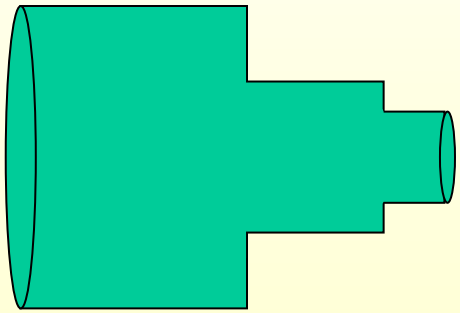
$$\mathcal{R}_{tot} = \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_3$$

REGIME LAMINARE - Resistenza idraulica

$$\mathcal{R} = \frac{\Delta p}{Q} \qquad Q = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 \eta L}$$

$$\mathcal{R} = \frac{8 \eta L}{\pi r^4}$$

Resistenza idraulica per un condotto cilindrico a pareti rigide di lunghezza L e raggio r in cui scorre liquido di viscosità η.

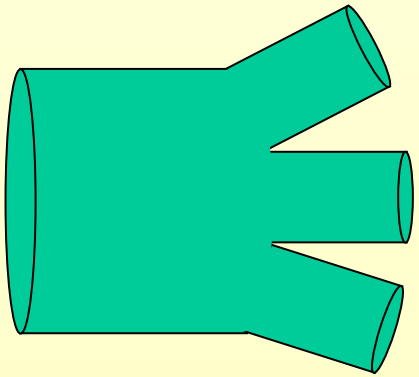


Condotti in serie

$$\mathcal{R}_{tot} = \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_3$$

Condotti in parallelo

$$\frac{1}{\mathcal{R}_{tot}} = \frac{1}{\mathcal{R}_1} + \frac{1}{\mathcal{R}_2} + \frac{1}{\mathcal{R}_3}$$



REGIME TURBOLENTO

Il regime turbolento è caratterizzato da vortici macroscopici e risucchi con scambio di liquido fra la zona diverse del fluido, ad esempio fra la zona centrale di un condotto e quella periferica. Viene dissipata energia in parte sotto forma di rumore e in parte in calore.

E' un moto disordinato e rumoroso.

REGIME TURBOLENTO

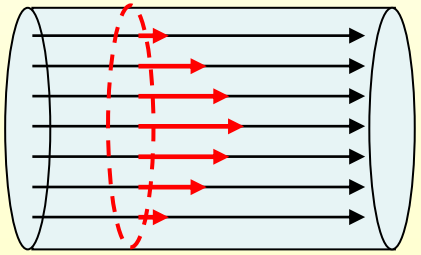


REGIME TURBOLENTO

Il regime turbolento è caratterizzato da vortici macroscopici e risucchi con scambio di liquido fra la zona diverse del fluido, ad esempio fra la zona centrale di un condotto e quella periferica. Viene dissipata energia in parte sotto forma di rumore e in parte in calore.

E' un moto disordinato e rumoroso.

Si manifesta in modo repentino in corrispondenza del superamento di una velocità $v_{critica}$ detta velocità critica.



REGIME LAMINARE

REGIME TURBOLENTO



REGIME TURBOLENTO

Il rumore associato al regime turbolento facilita la misura della pressione arteriosa *(utilizzo dello sfigmomanometro).*

Una compressione dell'arteria aumenta la velocità del sangue, per $v > v_{critica}$ si ha il passaggio al moto turbolento che è rumoroso. Questo fenomeno può essere auscultato .



REGIME TURBOLENTO

Il rumore associato al regime turbolento facilita la misura della pressione arteriosa *(utilizzo dello sfigmomanometro).*

Una compressione dell'arteria aumenta la velocità del sangue, per $v > v_{critica}$ si ha il passaggio al moto turbolento che è rumoroso. Questo fenomeno può essere auscultato .



$$v_c = \frac{N_R\,\eta}{r\,\rho}$$

La velocità critica è funzione del raggio r del condotto, della viscosità η e densità ρ del fluido. N_R è detto numero di Reynolds. Per un condotto cilindrico rettilineo N_R varia fra 1000 e 1200 ***mentre N_R < 1000 in presenza di brusche strozzature e curvature del condotto.***

REGIME DI FLUSSO

$r_{aorta} = 1$ cm $S_{aorta} = 3.14$ cm^2 $Q = 83$ cm^3/s $v_{aorta} = 26.5$ cm/s

$$v_c = \frac{N_R \, \eta}{r \, \rho}$$

$v_c = 40$ cm/s

REGIME LAMINARE

Regime è laminare tranne che in fase di apertura della valvola aortica.

REGIME DI FLUSSO

$r_{aorta} = 1$ cm $S_{aorta} = 3.14$ cm^2 $Q = 83$ cm^3/s $v_{aorta} = 26.5$ cm/s

$$v_c = \frac{N_R \eta}{r \rho}$$

$v_c = 40$ cm/s

REGIME LAMINARE

Regime è laminare tranne che in fase di apertura della valvola aortica.

In presenza di stenosi il regime può diventare turbolento, con

$v > v_{critica}$

Infatti $v \div 1/S$

e quindi $v \div 1/r^2$

mentre $v_c \div 1/r$



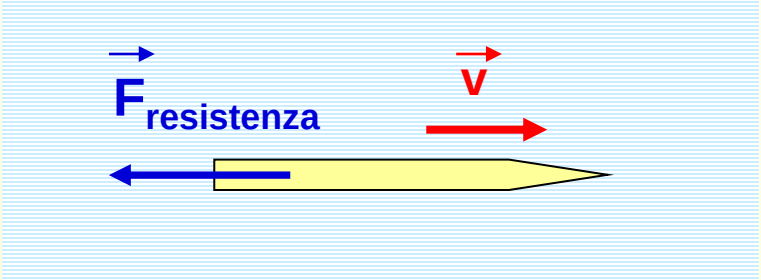


La turbolenza richiede un aumento maggiore di pressione quindi uno sforzo maggiore.

TRASCINAMENTO VISCOSO

Le forze di attrito interno al fluido si esplicano anche sul movimento di corpi all'interno di un fluido reale, viscoso in quiete.

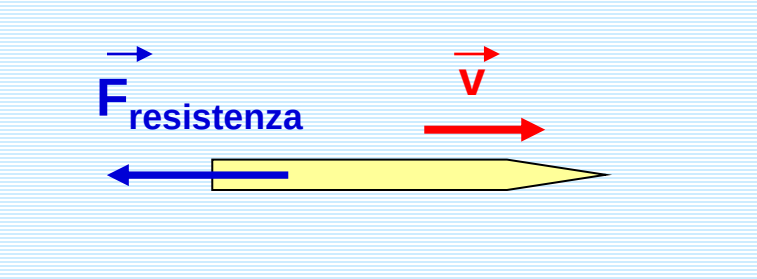
Quando un corpo si muove all'interno di un fluido viscoso si manifesta una forza di resistenza che si oppone al movimento del corpo stesso. Infatti il fluido che circonda il corpo viene trascinato e al suo avanzamento si contrappongono le forze di attrito interno.



TRASCINAMENTO VISCOSO

Le forze di attrito interno al fluido si esplicano anche sul movimento di corpi all'interno di un fluido reale, viscoso in quiete.

Quando un corpo si muove all'interno di un fluido viscoso si manifesta una forza di resistenza che si oppone al movimento del corpo stesso. Infatti il fluido che circonda il corpo viene trascinato e al suo avanzamento si contrappongono le forze di attrito interno.

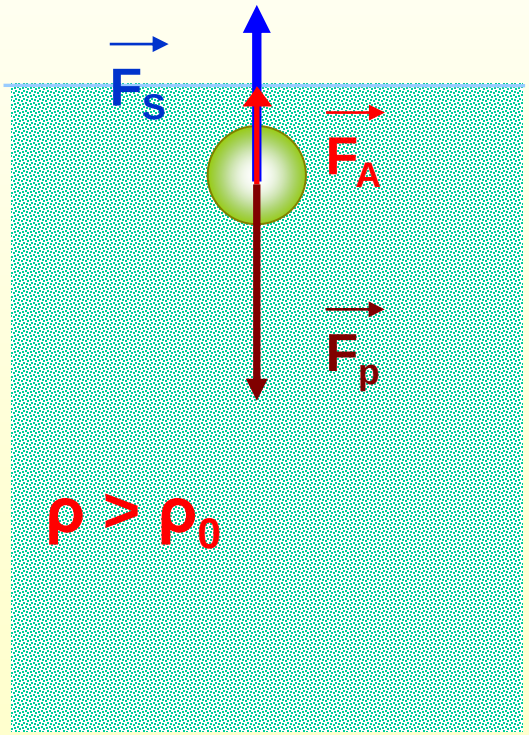


Per velocità non elevate e per un corpo di forma sferica di raggio r che si muove alla velocità v in un fluido di viscosità η, la forza di attrito viscoso è data dalla legge di Stokes

$$\vec{F}_S = -6\pi\eta r\vec{v}$$

TRASCINAMENTO VISCOSO – Velocità limite

Nel caso di una sfera che viene lasciata cadere in un fluido viscoso agiscono la forza peso, la forza di Archimede e agisce anche la forza di Stokes.



Forza peso $F_p = mg = \rho V g = 4/3\ \pi r^3 \rho g$

Forza Archimede

$F_A = m_0 g = \rho_0 V g = 4/3\ \pi r^3 \rho_0 g$

Forza di Stokes $F_S = 6\ \pi \eta r v$

TRASCINAMENTO VISCOSO – Velocità limite

Forza peso $F_p = mg = \rho V g = 4/3\ \pi r^3 \rho g$

Forza Archimede $F_A = m_0 g = \rho_0 V g = 4/3\ \pi r^3 \rho_0 g$

Forza Stokes $F_S = 6\ \pi \eta r v$

Man mano che la velocità di caduta aumenta, anche la forza di Stokes aumenta e in una condizione di equilibrio fra le forze, (quando la forza di Stokes eguaglia la risultante fra la forze peso e la forza di Archimede) la sfera si muove con velocità costante.

TRASCINAMENTO VISCOSO – Velocità limite

Forza peso $F_p = mg = \rho\, V\, g = 4/3\, \pi\, r^3\, \rho\, g$

Forza Archimede $F_A = m_0 g = \rho_0\, V\, g = 4/3\, \pi\, r^3\, \rho_0\, g$

Forza Stokes $F_S = 6\, \pi\, \eta\, r\, v$

Man mano che la velocità di caduta aumenta, anche la forza di Stokes aumenta e in una condizione di equilibrio fra le forze, (quando la forza di Stokes eguaglia la risultante fra la forze peso e la forza di Archimede) la sfera si muove con velocità costante.

Condizione di equilibrio $\sum \vec{F}_i = 0$

$4/3\, \pi\, r^3\, \rho\, g - 4/3\, \pi\, r^3\, \rho_0\, g - 6\, \pi\, \eta\, r\, v = 0$

$6\, \pi\, \eta\, r\, v = 4/3\, \pi\, r^3\, g\, (\rho - \rho_0)$

$$v = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{\eta}\, r^2\, g\, (\rho - \rho_0)$$

velocità limite

TRASCINAMENTO VISCOSO – Velocità limite

L'aumento della velocità dovuto all'accelerazione gravitazionale induce un aumento della forza di Stokes fino al raggiungimento di un equilibrio fra le forze, i cui moduli:

Forza peso = Forza di Archimede + Forza di Stokes

La velocità corrispondente

$$v = \frac{2}{9}\,\frac{1}{\eta}\cdot r^2\, g\,(\rho - \rho_0)$$

$\rho > \rho_0$

velocità limite



Una applicazione di questa legge si ha nella misura della V.E.S. velocità di eritrosedimentazione, la rapidità con cui gli eritrociti sedimentano nel plasma, che è un utile strumento diagnostico.

Calcolare la velocità di eritrosedimentazione (V.E.S.) nell' approssimazione di globuli rossi di forma sferica, in caduta libera in plasma.

(globuli rossi $r = 3.5\ \mu m$, $\rho = 1.1\ g/cm^3$)

(plasma $\rho_0 = 1.02\ g/cm^3$, $\eta = 0.01$ poise).

Calcolare la velocità di eritrosedimentazione (V.E.S.) nell' approssimazione di globuli rossi di forma sferica, in caduta libera in plasma.

(globuli rossi r = 3.5 μm, ρ = 1.1 g /cm^3)

(plasma ρ_0 = 1.02 g/cm^3, η = 0.01 poise).

---

in c.g.s

$$v = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{\eta} r^2 g (\rho - \rho_0)$$

r = 3.5 10^{-4} cm

g = 9.8 m/s^2 = 980 cm /s^2

Calcolare la velocità di eritrosedimentazione (V.E.S.) nell' approssimazione di globuli rossi di forma sferica, in caduta libera in plasma.

(globuli rossi $r = 3.5\ \mu m$, $\rho = 1.1\ g/cm^3$)

(plasma $\rho_0 = 1.02\ g/cm^3$, $\eta = 0.01$ poise).

$$v = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{\eta} r^2 g (\rho - \rho_0)$$

$r = 3.5\ 10^{-4}$ cm → $r^2 = 12.25 \cdot 10^{-8}\ cm^2$

$g = 9.8\ m/s^2 = 980\ cm/s^2$

$$v\ (cm/s) = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{10^{-2}\ poise}\ 12.25 \cdot 10^{-8}\ cm^2 \cdot\ (1.10 - 1.02)\ g/cm^3 \cdot 980\ cm/s^2$$

Calcolare la velocità di eritrosedimentazione (V.E.S.) nell' approssimazione di globuli rossi di forma sferica, in caduta libera in plasma.

(globuli rossi $r = 3.5\ \mu m$, $\rho = 1.1\ g/cm^3$)

(plasma $\rho_0 = 1.02\ g/cm^3$, $\eta = 0.01$ poise).

$$v = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{\eta} r^2 g (\rho - \rho_0)$$

$r = 3.5\ 10^{-4}$ cm

$g = 9.8\ m/s^2 = 980\ cm/s^2$

$$v\ (cm/s) = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{10^{-2}\ poise} 12.25 \cdot 10^{-8}\ cm^2 \cdot (1.10 - 1.02)\ g/cm^3 \cdot 980\ cm/s^2$$

$$v\ (cm/s) = 0.2 \cdot 10^{-3}\ cm/s$$

Calcolare la velocità di eritrosedimentazione (V.E.S.) nell' approssimazione di globuli rossi di forma sferica, in caduta libera in plasma.

(globuli rossi $r = 3.5\ \mu m$, $\rho = 1.1\ g/cm^3$)

(plasma $\rho_0 = 1.02\ g/cm^3$, $\eta = 0.01$ poise).

$$v = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{\eta} r^2 g (\rho - \rho_0)$$

$r = 3.5\ 10^{-4}$ cm

$g = 9.8\ m/s^2 = 980\ cm/s^2$

$$v\ (cm/s) = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{10^{-2}\ poise} 12.25 \cdot 10^{-8}\ cm^2 \cdot (1.10 - 1.02)\ g/cm^3 \cdot 980\ cm/s^2$$

$$v\ (cm/s) = 0.2 \cdot 10^{-3}\ cm/s$$

si può anche esprimere in mm/h :

$$v = 0.2 \cdot 10^{-3}\ cm/s \cdot 3.6 \cdot 10^{3}\ s/h \qquad v = 0.72\ cm/h$$

$v = 7.2$ mm/h

TRASCINAMENTO VISCOSO – VES

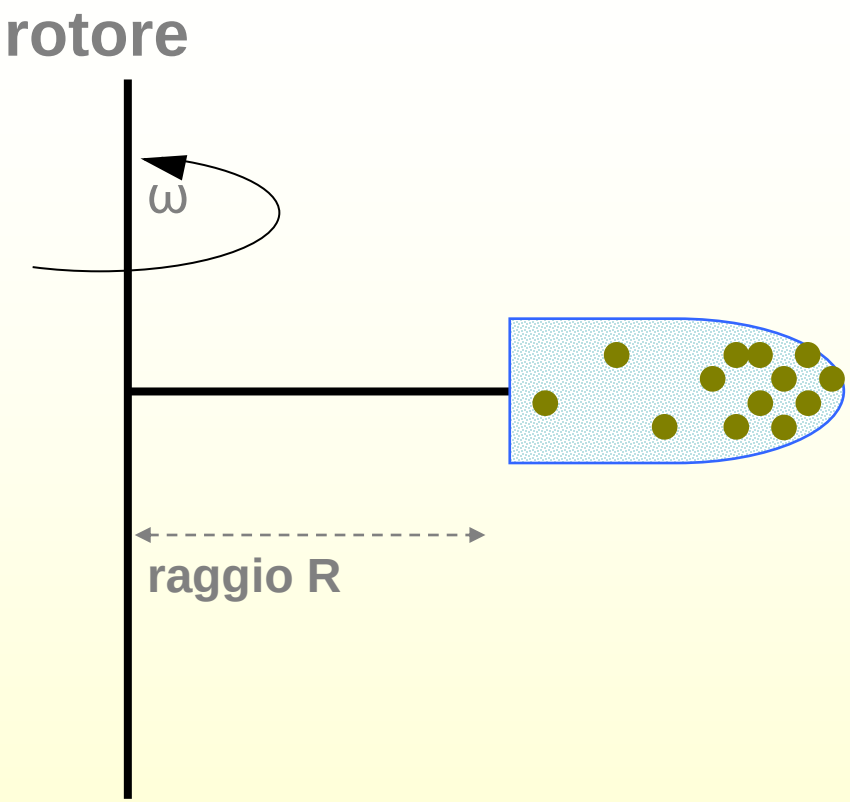
In condizioni normali, la capacità di aggregarsi dei globuli rossi è relativamente bassa, in quanto tra i globuli rossi esistono forze di repulsione. Vi è la tendenza a mantenersi separati, e quindi bassa velocità di sedimentazione.

Un incremento della presenza di macromolecole nel sangue, come ad es. elevati livelli di fibrinogeno, riduce le forze di repulsione fra globuli, aumenta la aggregazione tra globuli rossi e quindi aumenta la VES

- Il test VES -

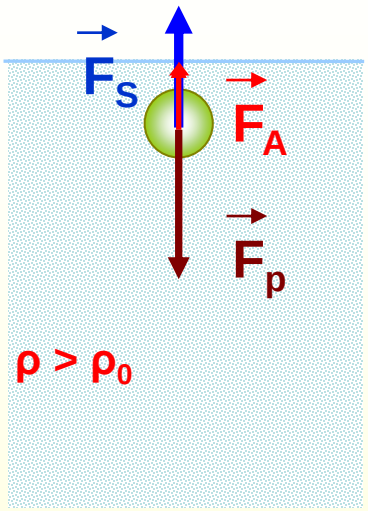
Un aumento della VES può essere indice di presenza di un processo infiammatorio

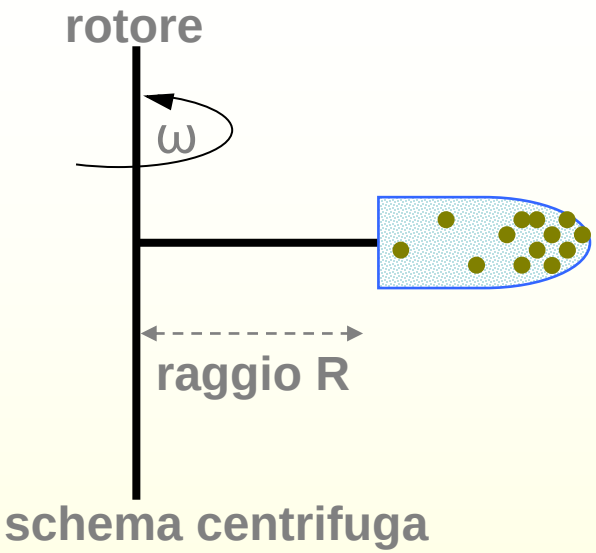
CENTRIFUGAZIONE

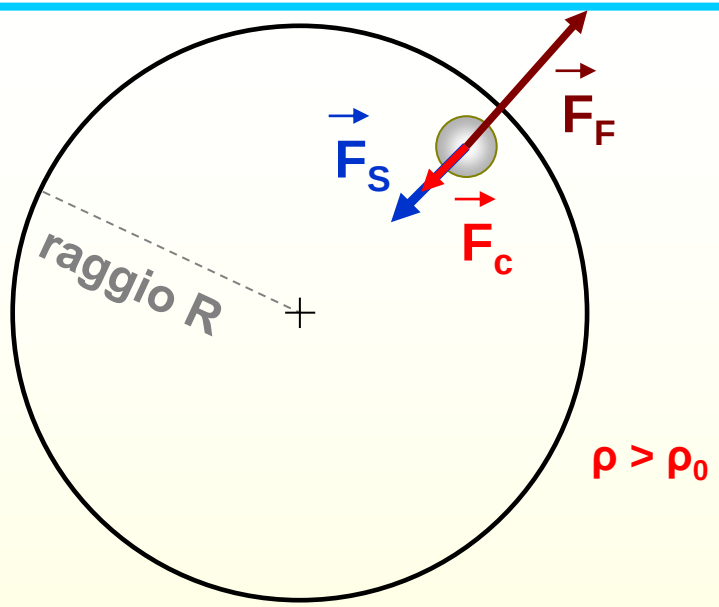


schema centrifuga

CENTRIFUGAZIONE







analogamente a quanto visto per sfera in caduta nello stesso fluido viscoso

$$F_p = mg$$

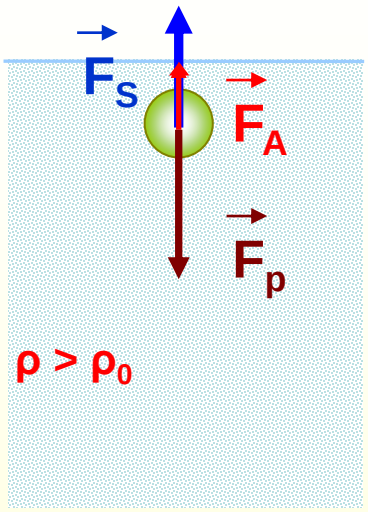
$$F_A = m_0 g$$

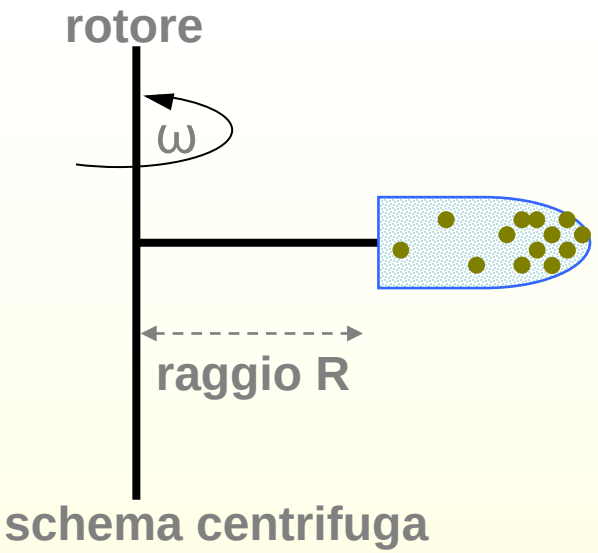
$$F_S = 6 \pi \eta r v$$

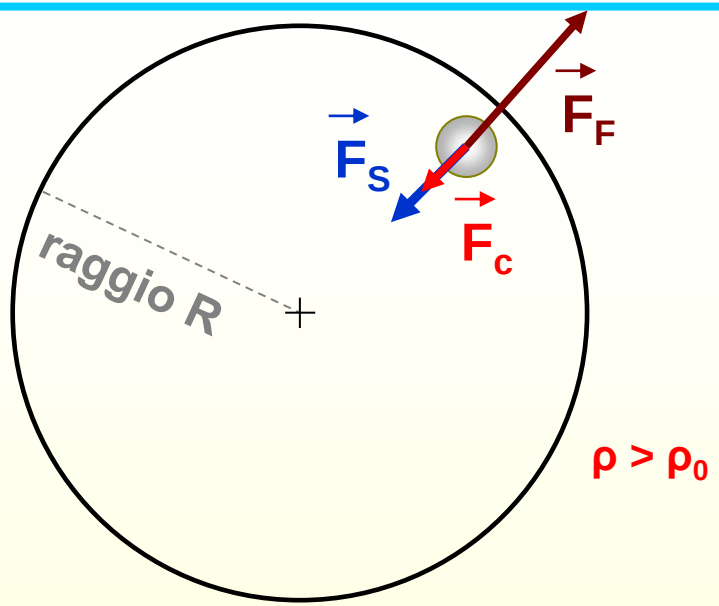
F_F Forza centrifuga
F_c Forza centripeta
F_S Forza di Stokes

Una particella in sospensione in un liquido sottoposto ad un campo di forze centrifughe **è sollecitata da una spinta centripeta** (analoga alla spinta di Archimede)

CENTRIFUGAZIONE







F_F Forza centrifuga
F_c Forza centripeta
F_S Forza di Stokes

Quando la centrifuga è messa in funzione, il recipiente che contiene il liquido da centrifugare (es. sospensione, emulsione..) ruota con velocità angolare ω attorno all' asse centrale a distanza R, quindi con accelerazione $\omega^2 R$. Sulle particelle in sospensione e sulle molecole del liquido agisce il campo di forze centrifughe che agendo radialmente tende a far sedimentare le particelle ($\rho > \rho_0$) sul fondo del recipiente.

CENTRIFUGAZIONE

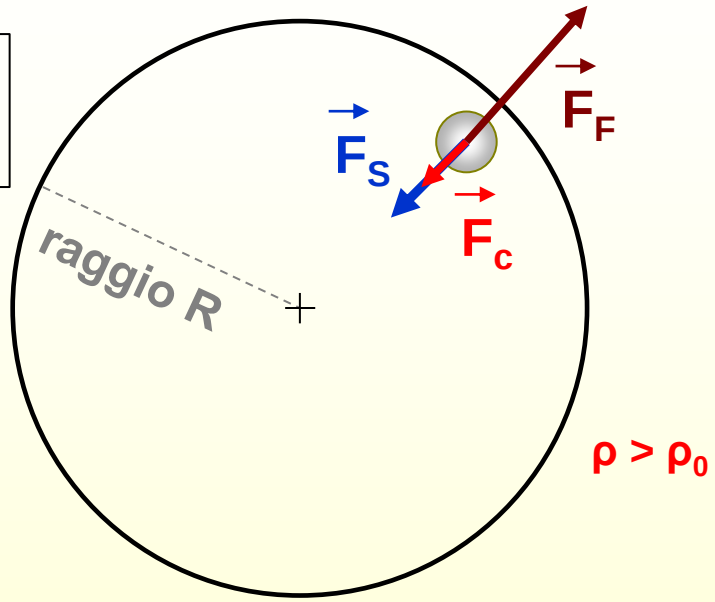
In analogia con quanto visto per la sedimentazione dovuta al campo gravitazionale, la particella è sottoposta alle forze:

$F_F = m\omega^2 R$

$F_C = m_0\omega^2 R$

$F_S = 6\,\pi\,\eta\,r\,v$

R, raggio centrifuga
ω, velocità angolare



In condizione di equilibrio delle forze, la velocità di sedimentazione è costante

$$v = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{\eta} r^2 \omega^2 R (\rho - \rho_0)$$

CENTRIFUGAZIONE

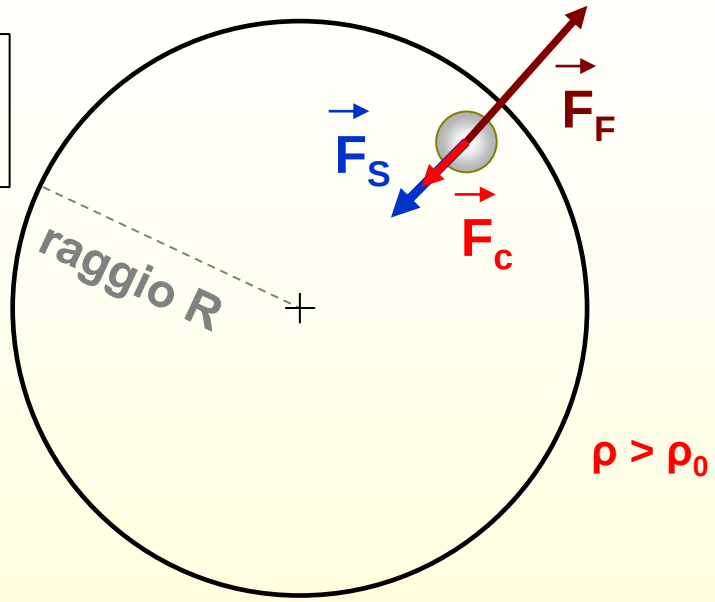
In analogia con quanto visto per la sedimentazione dovuta al campo gravitazionale, la particella è sottoposta alle forze:

$F_F = m\omega^2 R$

$F_C = m_0\omega^2 R$

$F_S = 6 \pi \eta r v$

R, raggio centrifuga
ω, velocità angolare



In condizione di equilibrio delle forze, la velocità di sedimentazione è costante

$$v = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{\eta} r^2 \omega^2 R (\rho - \rho_0)$$

NOTA: Rispetto alla velocità di sedimentazione dovuta al campo gravitazionale:

$$v = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{\eta} r^2 g (\rho - \rho_0)$$

$g = 980\ cm/s^2$

nel caso della centrifuga si sostituisce all' accelerazione di gravità g, l'accelerazione $\omega^2 R$

CENTRIFUGAZIONE

In una centrifuga di raggio R = 20 cm che ruota a 3000 giri al minuto, calcolare la velocità di eritrosedimentazione nell' approssimazione di globuli rossi di forma sferica (r = 3.5 μm, ρ = 1.1 g /cm^3) in plasma (ρ_0 = 1.02 g/cm^3, η =0.01 poise).

$$v = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{\eta} r^2 \omega^2 R (\rho - \rho_0)$$

r = 3.5 10^{-4} cm g = 9.8 m/s^2 = 980 cm /s^2

ω = 2 π f f = 3000 /60 = 50 Hz

ω = 2 π 50 = 314 s^{-1} ω^2 = 9.9 10^4 s^{-2}

ω^{2}R = 9.9 · 10^4 · 20 = 1.97 · 10^6 cm/s^2

CENTRIFUGAZIONE

In una centrifuga di raggio R = 20 cm che ruota a 3000 giri al minuto, calcolare la velocità di eritrosedimentazione nell' approssimazione di globuli rossi di forma sferica (r = 3.5 μm, ρ = 1.1 g /cm^3) in plasma (ρ_0 = 1.02 g/cm^3, η =0.01 poise).

$$v = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{\eta} r^2 \omega^2 R (\rho - \rho_0)$$

r = 3.5 10^{-4} cm g = 9.8 m/s^2 = 980 cm /s^2

ω = 2 π f f = 3000 /60 = 50 Hz

ω = 2 π 50 = 314 s^{-1} ω^2 = 9.9 10^4 s^{-2}

ω^{2}R = 9.9 · 10^4 · 20 = 1.98 · 10^6 cm/s^2

$$v\ (cm/s) = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{10^{-2}\ poise}\ 12.25 \cdot 10^{-8}\ cm^2 \cdot (1.10 - 1.02) g/cm^3 \cdot 1.98 \cdot 10^6\ cm/s^2$$

r^2

$\omega^2 R$

CENTRIFUGAZIONE

In una centrifuga di raggio R = 20 cm che ruota a 3000 giri al minuto, calcolare la velocità di eritrosedimentazione nell' approssimazione di globuli rossi di forma sferica (r = 3.5 μm, ρ = 1.1 g /cm^3) in plasma (ρ_0 = 1.02 g/cm^3, η =0.01 poise).

$$v = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{\eta} r^2 \omega^2 R (\rho - \rho_0)$$

r = 3.5 10^{-4} cm g = 9.8 m/s^2 = 980 cm /s^2

ω = 2 π f f = 3000 /60 = 50 Hz

ω = 2 π 50 = 314 s^{-1} ω^2 = 9.9 10^4 s^{-2}

ω^{2}R = 9.9 · 10^4 · 20 = 1.98 · 10^6 cm/s^2

$$v\ (cm/s) = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{10^{-2}\ poise}\ 12.25 \cdot 10^{-8}\ cm^2 \cdot (1.10 - 1.02) g/cm^3 \cdot 1.98 \cdot 10^6\ cm/s^2$$

r^2

$\omega^2 R$

v (cm/s) = 0.42 cm/s

NOTA: l'accelerazione ω^2 R in questo esempio è maggiore di g di un fattore circa 2000 e quindi la velocità di sedimentazione sarà maggiore dello stesso fattore.